

Competidor(a): _____

Número de inscrição: _____ – _____ (opcional)

Este Caderno de Tarefas não pode ser levado para casa após a prova. Após a prova entregue este Caderno de Tarefas junto com a Folha de Respostas preenchida para seu professor guardar. Os professores poderão devolver os Cadernos de Tarefas aos competidores após o término do período de aplicação das provas (21 de setembro de 2024).



Olimpíada Brasileira de Informática

OBI2024

Caderno de Tarefas

Modalidade Iniciação • Nível 1 • Fase 3

21 de setembro de 2024

A PROVA TEM DURAÇÃO DE DUAS HORAS

Promoção:



Sociedade Brasileira de Computação

Apoio:



Coordenação:



Ligue os números

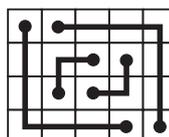
Pedro descobriu um novo jogo para passar o tempo. Neste jogo é dado um tabuleiro com alguns pares de números em algumas casinhas e várias outras casinhas vazias. Pedro deve conectar os números iguais por caminhos, colocando o número correspondente em todas as casinhas do caminho, de forma que cada casinha tenha um número, e os caminhos não se cruzem, como no exemplo a seguir:

1	2			
		4	3	
	4	3		
			1	2

Tabuleiro inicial

1	2	2	2	2
1	4	4	3	2
1	4	3	3	2
1	1	1	1	2

Solução



Outra visão da solução

Questão 1. Dado o tabuleiro inicial ao lado, qual número deve ser colocado na casinha marcada em cinza?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) não há solução

	1			
			2	
	4	3		
				4
			1	
	3		2	

Questão 2. Dado o tabuleiro inicial ao lado, qual número deve ser colocado na casinha marcada em cinza?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

	1				
	4	2	5		
				1	
					3
			4	5	
					2
	3				

Sorvete

Cinco amigas foram comprar sorvete na cantina da escola, e como estavam sem suas carteiras, o atendente anotou o valor de cada um dos pedidos, mas esqueceu de anotar o nome das meninas. Agora, elas precisam lembrar da ordem em que realizaram os pedidos.

Ana, uma das amigas, lembrou das seguintes condições:

1. Ana realizou seu pedido antes de Duda.
2. Bela realizou seu pedido antes de Elza.
3. Ana realizou seu pedido antes de Cida.
4. Duda realizou seu pedido antes de Elza.
5. Elza realizou seu pedido antes de Ana.
6. Duda realizou seu pedido antes de Bela.
7. Cida realizou seu pedido antes de Duda.

Bela analisou essas restrições e concluiu que exatamente uma delas estava invertida, ou seja, Ana lembrou algum pedido na ordem contrária.

Questão 3. Qual das restrições está invertida?

- (A) 1
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 7

Questão 4. Qual das seguintes é a ordem em que as amigas realizaram os pedidos, do primeiro ao último pedido?

- (A) Cida, Ana, Duda, Elza, Bela
- (B) Ana, Cida, Bela, Duda, Elza
- (C) Cida, Ana, Duda, Bela, Elza
- (D) Bela, Cida, Elza, Duda, Ana
- (E) Ana, Cida, Duda, Bela, Elza

Doces

Paulo é um professor muito exigente, porém como forma de recompensa, ao final do ano ele distribui doces aos seus alunos. Ele possui muitas caixas, cada uma com uma certa quantidade de doces, mas para manter a ordem e o senso de justiça, cada um de seus alunos deve receber a mesma quantidade de doces, e cada aluno deve pegar todos os seus doces de uma mesma caixa. Paulo deseja distribuir a maior quantidade de doces mantendo essas regras.

Por exemplo, se Paulo deseja distribuir doces para 5 alunos e possui 3 caixas com as seguintes quantidades de doces 9, 5 e 7, então cada aluno receberá 3 doces. Uma possível distribuição seria:

1. O primeiro aluno pega 3 doces da primeira caixa, e as caixas ficam com 6, 5 e 7 doces.
2. O segundo aluno pega 3 doces da terceira caixa, e as caixas ficam com 6, 5 e 4 doces.
3. O terceiro aluno pega 3 doces da segunda caixa, e as caixas ficam com 6, 2 e 4 doces.
4. O quarto aluno pega 3 doces da primeira caixa, e as caixas ficam com 3, 2 e 4 doces.
5. O quinto aluno pega 3 doces da terceira caixa, e as caixas ficam com 3, 2 e 1 doces.

Note que, mesmo sobrando mais que 5 doces no total, Paulo não consegue distribuir 4 doces para cada aluno sem violar a regra de que cada aluno deve pegar todos os seus doces de uma mesma caixa.

Questão 5. Considere que Paulo deseja distribuir doces para 8 alunos e possui 4 caixas com as seguintes quantidades de doces: 7, 8, 6 e 4. Seguindo suas regras, quantos doces cada aluno vai receber?

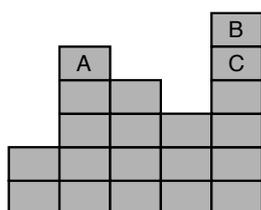
- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

Questão 6. Considere que a diretora ordenou que cada aluno deve receber exatamente 3 doces, e Paulo possui 6 caixas com as seguintes quantidades de doces: 8, 5, 2, 9, 3 e 7. Qual o número máximo de alunos que Paulo consegue atender seguindo suas regras (ou seja, cada aluno deve pegar todos os seus doces de uma mesma caixa)?

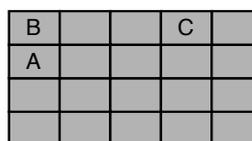
- (A) 7
- (B) 8
- (C) 9
- (D) 10
- (E) 11

Muro

Jade contratou um pedreiro para fazer alguns muros em sua casa, porém por algum motivo o pedreiro fez os muros todos desnivelados. Agora ela teve que contratar um outro pedreiro para arrumar seus muros, e deixá-los todos nivelados. Como seus muros são feitos por blocos especiais, o novo pedreiro consegue mover blocos, mas por serem pesados ele cobra pelo número de blocos movidos. Por exemplo, para um muro com alturas (em número de blocos): 2, 5, 4, 3 e 6, é preciso mover 3 blocos para nivelar o muro e deixar todas as alturas iguais a 4 (lembrando que a largura do muro deve permanecer a mesma), conforme a figura a seguir:



Muro original



Muro nivelado

Questão 7. Para um muro com as alturas a seguir, qual a altura final do muro após deixá-lo nivelado?

7 5 4 5 3 9 2 1 8 3 7 6

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6
- (E) 7

Questão 9. Para um muro com as alturas a seguir, qual a altura final do muro após deixá-lo nivelado?

12 25 22 18 11 21 13 29 14 11 19 23 27 24 16

- (A) 18
- (B) 19
- (C) 20
- (D) 21
- (E) 22

Questão 8. Para um muro com as alturas a seguir, qual é o número mínimo de blocos que precisam ser movidos para nivelar o muro?

7 5 4 5 3 9 2 1 8 3 7 6

- (A) 8
- (B) 9
- (C) 10
- (D) 12
- (E) 15

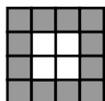
Questão 10. Para um muro com as alturas a seguir, qual é o número mínimo de blocos que precisam ser movidos para nivelar o muro?

12 25 22 18 11 21 13 29 14 11 19 23 27 24 16

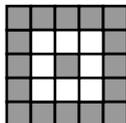
- (A) 34
- (B) 35
- (C) 36
- (D) 37
- (E) 38

Quadrado

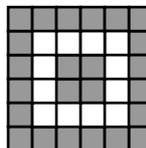
Observe os quadrados a seguir



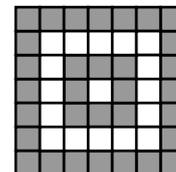
lado = 4
brancos = 4
cinzas = 12



lado = 5
brancos = 8
cinzas = 17



lado = 6
brancos = 12
cinzas = 24



lado = 7
brancos = 17
cinzas = 32

Seguindo esse padrão, de sempre a camada mais externa ser cinza, e intercalar camadas de cor cinza e de cor branca, responda às seguintes perguntas.

Questão 11. Quantos quadradinhos de cor branca possui o quadrado com lado igual a 10?

- (A) 25
- (B) 40
- (C) 55
- (D) 65
- (E) 70

Questão 13. Quantos quadradinhos de cor branca possui o quadrado com lado igual a 15?

- (A) 97
- (B) 84
- (C) 122
- (D) 72
- (E) 112

Questão 12. Quantos quadradinhos de cor cinza possui o quadrado com lado igual a 10?

- (A) 30
- (B) 35
- (C) 45
- (D) 60
- (E) 75

Questão 14. Quantos quadradinhos de cor cinza possui o quadrado com lado igual a 15?

- (A) 128
- (B) 103
- (C) 142
- (D) 153
- (E) 113

Concatena dígitos

Beatriz está se divertindo com o novo jogo que ela inventou, o Concatena Dígitos! Concatenar é o nome que ela dá ao processo de pegar dois dígitos e juntá-los de modo a criar um número de dois dígitos. Por exemplo, ao concatenar os dígitos 2 e 9, nessa ordem, Beatriz cria o número 29.

Beatriz gosta de trabalhar com muitos dígitos. Por isso, ela utiliza uma lista com vários dígitos de 1 a 9 (observe que ela não usa o dígito 0). O exemplo abaixo descreve o jogo para a seguinte lista:

1 1 2

Para concatenar dígitos, Beatriz primeiro escolhe uma posição na lista, depois escolhe outra posição diferente da primeira, e concatena, nesta ordem, os dígitos que estão nas posições escolhidas (ou seja, o dígito na primeira posição escolhida se torna o dígito das dezenas e o dígito na segunda posição escolhida se torna o dígito das unidades). Por exemplo, na lista acima, uma concatenação possível é escolher a primeira posição, que possui o dígito 1, então escolher a terceira posição, que possui o dígito 2, e juntá-las para gerar o número 12. No total, existem 6 concatenações possíveis:

- 1 (primeira posição) e 1 (segunda posição) → 11
- 1 (primeira posição) e 2 (terceira posição) → 12
- 1 (segunda posição) e 1 (primeira posição) → 11
- 1 (segunda posição) e 2 (terceira posição) → 12
- 2 (terceira posição) e 1 (primeira posição) → 21
- 2 (terceira posição) e 1 (segunda posição) → 21

Chamamos de *potencial* de uma lista de dígitos a soma de todas as concatenações possíveis. Por exemplo, o potencial da lista descrita acima é

$$11 + 12 + 11 + 12 + 21 + 21 = 88$$

Questão 15. Qual o potencial da lista mostrada abaixo?

1 1 2 3 9

- (A) 256
(B) 577
(C) 693
(D) 704
(E) 880

Questão 17. Qual o potencial da lista mostrada abaixo?

1 3 5 7 1 2 8 3 9 2 3 8 1 3 5 2

- (A) 7892
(B) 9055
(C) 10395
(D) 13691
(E) 21842

Questão 16. Considere a seguinte lista

1 3 5 7 1 2 8 3 9 2 3 8 1 3 5 2

Com essa lista de dígitos, de quantas maneiras distintas o número 13 pode ser obtido por Beatriz utilizando uma única concatenação?

- (A) 9
(B) 12
(C) 15
(D) 18
(E) 21

Questão 18. Sabendo que o potencial da lista abaixo é 9394, qual deve ser o dígito X?

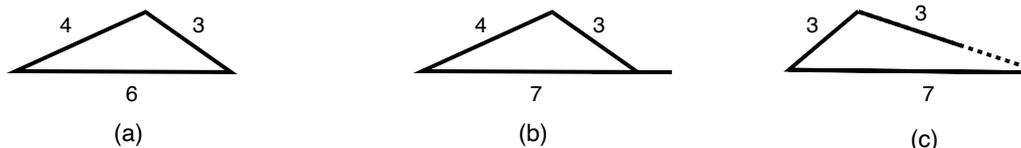
6 1 9 2 4 X 8 1 3 9 1 3 2 5 1

- (A) 1
(B) 5
(C) 6
(D) 8
(E) 9

Trio de palitinhos

Elisa está muito empolgada com o novo lançamento da OBI (Organização de Brincadeiras Infantis), o jogo Trio de Palitinhos.

Neste jogo existem vários palitinhos retos de diversos tamanhos e o objetivo do jogo é selecionar três palitinhos e formar um triângulo com eles, de modo que cada palitinho represente exatamente um lado do triângulo. Não é permitido que algum lado possua um buraco, nem que um pedaço de algum palitinho "sobre" para fora do triângulo. A figura (a) abaixo ilustra um trio permitido e as figuras (b) e (c) ilustram trios proibidos de acordo com as regras do jogo.



Na aula de geometria, Elisa aprendeu sobre a desigualdade triangular, que diz que, em todo triângulo, a soma dos tamanhos de quaisquer dois lados é estritamente maior que o tamanho do terceiro lado. Enquanto jogava, Elisa percebeu que a recíproca também é verdadeira: dados três tamanhos satisfazendo essa condição, sempre é possível formar um triângulo com lados destes tamanhos. Isso explica porque é possível formar um triângulo com lados de tamanhos 3, 4 e 6, mas é impossível formar um triângulo com lados de tamanhos 3, 4 e 7 ($3 + 4$ não é estritamente maior que 7).

Agora, Elisa está curiosa para saber o quão difícil é ganhar o jogo (ou seja, formar triângulos), e por isso pediu a sua ajuda. Observe que a ordem de escolha dos três palitinhos não importa, mas palitinhos diferentes devem ser considerados diferentes mesmo que possuam o mesmo tamanho.

Por exemplo para a seguinte lista de palitinhos: 7, 4, 3, 6, 3, há seis formas distintas de formar um triângulo: (7, 4, 6), (7, 3, 6), (7, 3, 6), (4, 3, 6), (4, 3, 6), (4, 3, 3)

Questão 19. Qual das alternativas possui um trio de palitinhos que forma um triângulo válido?

- (A) (12, 22, 38)
- (B) (24, 35, 13)
- (C) (39, 21, 18)
- (D) (45, 11, 29)
- (E) (19, 42, 23)

Questão 20. De quantas formas distintas é possível formar um triângulo para a lista mostrada abaixo?

9 5 5 5 9 5

- (A) 2
- (B) 5
- (C) 12
- (D) 15
- (E) 20

Questão 21. De quantas formas distintas é possível formar um triângulo para a lista mostrada abaixo?

20 4 7 1 3 7 6 12

- (A) 8
- (B) 10
- (C) 12
- (D) 13
- (E) 15

Questão 22. De quantas formas distintas é possível formar um triângulo para a lista mostrada abaixo?

3 3 5 5 5 8 12 12 12 20 35 40

- (A) 45
- (B) 47
- (C) 48
- (D) 49
- (E) 50

Entregas

Um caminhão vai visitar exatamente cinco obras – M, N, P, T e S – para entregar cimento e areia. O caminhão visita cada obra exatamente uma vez. As seguintes restrições devem ser obedecidas:

- O caminhão entrega cimento para toda obra para a qual ele entrega areia.
- O caminhão entrega areia para a segunda obra que ele visita.
- O caminhão entrega areia tanto para a obra N como para a obra T.
- A terceira obra que o caminhão visita é S.
- O caminhão visita a obra M em algum momento após visitar a obra N, e visita a obra P em algum momento antes de visitar a obra M.
- O caminhão entrega apenas cimento para a obra P.

Questão 23. Qual das seguintes poderia ser uma ordem em que o caminhão visita as obras?

- (A) P, S, N, T, M
- (B) N, P, S, T, M
- (C) P, M, S, T, N
- (D) P, T, S, M, N
- (E) N, T, S, P, M

Questão 24. Se o caminhão visita a obra T em algum momento antes de visitar a obra M, então qual das seguintes afirmativas é necessariamente falsa?

- (A) O caminhão entrega cimento e areia na quarta obra visitada.
- (B) O caminhão entrega apenas cimento na quinta obra visitada.
- (C) A quarta obra visitada é M.
- (D) A quinta obra visitada é M.
- (E) A primeira obra visitada é T.

Questão 25. Se o caminhão visita a obra P em algum momento antes do obra N, então qual das afirmativas seguintes é necessariamente verdadeira?

- (A) Areia é entregue na quarta obra visitada.
- (B) Areia é entregue na quinta obra visitada.
- (C) Apenas cimento é entregue na primeira obra visitada.
- (D) Apenas cimento é entregue na quarta obra visitada.
- (E) Apenas cimento é entregue na quinta obra visitada.

Questão 26. Se o caminhão visita a obra M em algum momento antes de visitar a obra T, então qual das afirmativas seguintes é necessariamente falsa?

- (A) O caminhão entrega areia na quarta obra visitada.
- (B) O caminhão entrega areia na quinta obra visitada.
- (C) a obra N é visitada em algum momento antes da obra P.
- (D) a obra P é visitada em algum momento antes da obra T.
- (E) a obra N é visitada em algum momento antes da obra T.

Questão 27. Se o caminhão entrega areia para cada obra visitada após a obra N, então qual das seguintes afirmativas é necessariamente verdadeira?

- (A) A primeira obra visitada é P.
- (B) A segunda obra visitada é N.
- (C) A quarta obra visitada é N.
- (D) A quarta obra visitada é P.
- (E) A quinta obra visitada é M.

Show

Oito amigas – Alda, Bia, Flora, Gabi, Júlia, Lia, Mara e Sula – vão se apresentar no show de talentos da escola. Elas vão se apresentar individualmente, cada uma cantando uma música, em momentos diferentes do show. As apresentações devem obedecer às seguintes restrições:

- Alda deve se apresentar antes de Júlia.
- Gabi deve se apresentar antes de Flora.
- Bia deve se apresentar após Gabi e Sula.
- Mara deve se apresentar após Bia mas antes de Júlia.
- Bia deve se apresentar após Lia.

Questão 28. Qual das seguintes alternativas poderia ser a ordem de apresentação das amigas, da primeira à última?

- (A) Gabi, Flora, Lia, Alda, Sula, Bia, Mara, Júlia
- (B) Sula, Alda, Gabi, Lia, Júlia, Bia, Mara, Flora
- (C) Sula, Flora, Gabi, Alda, Lia, Bia, Mara, Júlia
- (D) Lia, Gabi, Sula, Bia, Mara, Flora, Júlia, Alda
- (E) Alda, Gabi, Flora, Sula, Bia, Mara, Lia, Júlia

Questão 29. Se Gabi é a quarta amiga a se apresentar, então cada uma das alternativas seguintes é sempre falsa exceto:

- (A) Flora é a segunda a se apresentar.
- (B) Sula é a sexta a se apresentar.
- (C) Alda é a quinta a se apresentar.
- (D) Mara é a quinta a se apresentar.
- (E) Lia é a terceira a se apresentar.

Questão 30. Cada uma das alternativas seguintes poderia ser falsa exceto:

- (A) Não mais do que uma amiga se apresenta após Júlia.
- (B) Não mais do que três amigas se apresentam após Bia.
- (C) Não mais do que três amigas se apresentam antes de Lia.
- (D) Pelo menos uma amiga se apresenta antes de Sula.
- (E) Pelo menos duas amigas se apresentam antes de Alda.

Questão 31. Se Júlia é a sétima amiga a se apresentar, então qual das seguintes alternativas não pode ser a segunda amiga a se apresentar?

- (A) Gabi
- (B) Flora
- (C) Lia
- (D) Sula
- (E) Alda

Questão 32. Se Alda é a primeira amiga a se apresentar e Flora é a terceira amiga a se apresentar, então qual das seguintes alternativas poderia ser falsa?

- (A) Gabi é a segunda amiga a se apresentar.
- (B) Lia é a quarta amiga a se apresentar.
- (C) Bia é a sexta amiga a se apresentar.
- (D) Mara é a sétima amiga a se apresentar.
- (E) Júlia é a oitava amiga a se apresentar.

Questão 33. Se Flora é a segunda amiga a se apresentar, então qual das seguintes alternativas é sempre falsa?

- (A) Bia é quarta amiga a se apresentar.
- (B) Sula é a quinta amiga a se apresentar.
- (C) Alda é terceira amiga a se apresentar.
- (D) Alda é sétima amiga a se apresentar.
- (E) Mara é sexta amiga a se apresentar.

Questão 34. Qual das alternativas seguintes não pode ser a quinta amiga a se apresentar?

- (A) Bia
- (B) Flora
- (C) Lia
- (D) Gabi
- (E) Mara

Praça de Alimentação

O shopping center da cidade tem quatro restaurantes, X, Y, T e Z. Numa certa semana, de segunda-feira a sexta-feira, quatro amigos, Aldo, Bela, Carla e Deco, vão almoçar em um dos quatro restaurantes. As seguintes restrições devem ser obedecidas:

- Nenhum par desses quatro amigos almoça no mesmo restaurante no mesmo dia.
- Nenhum amigo pode almoçar no mesmo restaurante mais do que duas vezes durante a semana.
- Deco almoça no restaurante Y na segunda-feira e na terça-feira.
- Aldo almoça no restaurante X na sexta-feira.
- Bela almoça no restaurante Z na terça-feira e na quarta-feira.
- Carla é a única entre os quatro amigos que almoça no restaurante X em dois dias da semana, e um dos dias em que ela almoça no restaurante X é quinta-feira.

Questão 35. Qual das alternativas seguintes poderia ser a lista dos restaurantes em que Bela almoça?

- (A) Segunda: T; Terça: Z; Quarta: Z; Quinta: X; Sexta: Y
- (B) Segunda: X; Terça: Z; Quarta: Z; Quinta: T; Sexta: T
- (C) Segunda: T; Terça: Z; Quarta: Z; Quinta: Y; Sexta: T
- (D) Segunda: X; Terça: Z; Quarta: Z; Quinta: X; Sexta: T
- (E) Segunda: T; Terça: Z; Quarta: Z; Quinta: Y; Sexta: Y

Questão 36. Qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

- (A) Deco não almoça no restaurante T.
- (B) Carla almoça apenas nos restaurantes X, T e Z.
- (C) Todos os amigos almoçam no restaurante Z.
- (D) Todos os amigos almoçam no restaurante T.
- (E) Todos os amigos almoçam no restaurante X.

Questão 37. Se Carla almoça no restaurante Z na segunda-feira, qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

- (A) Deco almoça no restaurante Z na quinta-feira.
- (B) Carla almoça no restaurante Y na quarta-feira.
- (C) Bela almoça no restaurante Y na sexta-feira.
- (D) Carla almoça no restaurante T na quarta-feira.
- (E) Aldo almoça no restaurante T na quarta-feira.

Questão 38. Qual das seguintes alternativas é a lista de todos os restaurantes em que Deco poderia almoçar sexta-feira?

- (A) T, Z
- (B) X, T
- (C) X, T, Z
- (D) T
- (E) X

Questão 39. Se Aldo almoça no restaurante Y duas vezes durante a semana, qual das seguintes afirmativas não pode ser verdadeira?

- (A) Aldo almoça no restaurante Z na segunda-feira.
- (B) Carla almoça no restaurante Y na quarta-feira.
- (C) Bela almoça no restaurante T na quinta-feira.
- (D) Deco almoça no restaurante Z na quinta-feira.
- (E) Deco almoça no restaurante Z na sexta-feira.

Questão 40. Se Deco almoça no restaurante T na quinta-feira e Aldo almoça no restaurante T na segunda-feira, qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

- (A) Aldo almoça no restaurante Y na quinta-feira.
- (B) Bela almoça no restaurante T na sexta-feira.
- (C) Carla almoça no restaurante T na quarta-feira.
- (D) Deco almoça no restaurante T na sexta-feira.
- (E) Deco almoça no restaurante Z na sexta-feira.