

Competidor(a): \_\_\_\_\_

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_ (opcional)

*Este Caderno de Tarefas não pode ser levado para casa após a prova. Após a prova entregue este Caderno de Tarefas para seu professor guardar. Os professores poderão devolver os Cadernos de Tarefas aos competidores após o término do período de aplicação das provas (1 de outubro de 2022).*



Olimpíada Brasileira de Informática

OBI2022

Caderno de Tarefas

Modalidade Programação • Nível Sênior • Fase 3

1 de outubro de 2022

A PROVA TEM DURAÇÃO DE 5 HORAS

Promoção:



Sociedade Brasileira de Computação

Apoio:



Coordenação:



# Instruções

LEIA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUÇÕES ANTES DE INICIAR A PROVA

- Este caderno de tarefas é composto por 10 páginas (não contando a folha de rosto), numeradas de 1 a 10. Verifique se o caderno está completo.
- A prova deve ser feita individualmente.
- É proibido consultar a Internet, livros, anotações ou qualquer outro material durante a prova. É permitida a consulta ao *help* do ambiente de programação se este estiver disponível.
- As tarefas têm o mesmo valor na correção.
- A correção é automatizada, portanto siga atentamente as exigências da tarefa quanto ao formato da entrada e saída de seu programa; em particular, seu programa não deve escrever frases como “Digite o dado de entrada:” ou similares.
- Não implemente nenhum recurso gráfico nas suas soluções (janelas, menus, etc.), nem utilize qualquer rotina para limpar a tela ou posicionar o cursor.
- As tarefas **não** estão necessariamente ordenadas, neste caderno, por ordem de dificuldade; procure resolver primeiro as questões mais fáceis.
- Preste muita atenção no nome dos arquivos fonte indicados nas tarefas. Soluções na linguagem C devem ser arquivos com sufixo *.c*; soluções na linguagem C++ devem ser arquivos com sufixo *.cc* ou *.cpp*; soluções na linguagem Pascal devem ser arquivos com sufixo *.pas*; soluções na linguagem Java devem ser arquivos com sufixo *.java* e a classe principal deve ter o mesmo nome do arquivo fonte; soluções na linguagem Python 3 devem ser arquivos com sufixo *.py*; e soluções na linguagem Javascript devem ter arquivos com sufixo *.js*.
- Na linguagem Java, **não** use o comando *package*, e note que o nome de sua classe principal deve usar somente letras minúsculas (o mesmo nome do arquivo indicado nas tarefas).
- Para tarefas diferentes você pode escolher trabalhar com linguagens diferentes, mas apenas uma solução, em uma única linguagem, deve ser submetida para cada tarefa.
- Ao final da prova, para cada solução que você queira submeter para correção, copie o arquivo fonte para o seu diretório de trabalho ou pen-drive, conforme especificado pelo seu professor.
- Não utilize arquivos para entrada ou saída. Todos os dados devem ser lidos da entrada padrão (normalmente é o teclado) e escritos na saída padrão (normalmente é a tela). Utilize as funções padrão para entrada e saída de dados:
  - em Pascal: *readln, read, writeln, write*;
  - em C: *scanf, getchar, printf, putchar*;
  - em C++: as mesmas de C ou os objetos *cout* e *cin*.
  - em Java: qualquer classe ou função padrão, como por exemplo *Scanner, BufferedReader, BufferedWriter* e *System.out.println*
  - em Python: *read, readline, readlines, input, print, write*
  - em Javascript: *scanf, printf*
- Procure resolver a tarefa de maneira eficiente. Na correção, eficiência também será levada em conta. As soluções serão testadas com outras entradas além das apresentadas como exemplo nas tarefas.

# Caravana

*Nome do arquivo:* `caravana.c`, `caravana.cpp`, `caravana.pas`, `caravana.java`, `caravana.js` ou `caravana.py`

No deserto da Nlogônia, uma longa caravana de camelos carregados de especiarias está parada num oásis para descansar. O chefe da caravana notou que alguns camelos pareciam mais cansados do que os outros, e descobriu que cada camelo estava carregando um peso diferente, de forma que alguns camelos carregam um peso muito maior do que outros e portanto se cansam mais.

Aproveitando a parada para descanso, o chefe da caravana quer redistribuir as especiarias entre os camelos, de forma que todos os camelos carreguem exatamente o mesmo peso.

Dados os pesos carregados por cada camelo antes da parada, escreva um programa que determine, para cada camelo, qual o peso que deve ser retirado ou adicionado, para que todos carreguem exatamente o mesmo peso.

## Entrada

A primeira linha contém um inteiro  $N$ , o número de camelos na caravana. Os camelos são numerados de 1 a  $N$ . Cada uma das linhas seguintes contém um inteiro  $P_i$ , o peso que o camelo de número  $i$  carregava antes da parada. Os camelos são dados em ordem crescente de numeração.

## Saída

Para cada camelo da caravana, seu programa deve produzir uma linha, o valor que deve ser adicionado ou retirado desse camelo para que todos os camelos carreguem o mesmo peso. A ordem dos camelos na saída deve ser a mesma ordem dada na entrada. Para todos os casos de teste o peso que cada camelo deve carregar é um número inteiro.

## Restrições

- $1 \leq N \leq 1\,000$
- $1 \leq P_i \leq 10\,000$  para  $1 \leq i \leq N$

## Exemplos

<b>Exemplo de entrada 1</b> 3 100 104 108	<b>Exemplo de saída 1</b> 4 0 -4
<b>Exemplo de entrada 2</b> 5 30 40 23 5 32	<b>Exemplo de saída 2</b> -4 -14 3 21 -6

Exemplo de entrada 3	Exemplo de saída 3
3	0
10000	0
10000	0
10000	

# Dígitos

Nome do arquivo: `dígitos.c`, `dígitos.cpp`, `dígitos.pas`, `dígitos.java`, `dígitos.js` ou `dígitos.py`

Joãozinho te propôs o seguinte desafio: ele escolheu dois inteiros  $A$  e  $B$ , com  $1 \leq A \leq B \leq 10^{1000}$ , e escreveu na lousa todos os inteiros entre  $A$  e  $B$ , em sequência, porém colocando um espaço após cada dígito, de forma a não ser possível ver quando um número termina ou começa. Por exemplo, se Joãozinho escolher  $A = 98$  e  $B = 102$ , ele escreveria a sequência "9 8 9 9 1 0 0 1 0 1 1 0 2".

Seu desafio é: dada a lista de dígitos escritos na lousa, encontrar os valores de  $A$  e  $B$ . Caso exista mais de uma possibilidade para os valores que geraria a lista, você deve encontrar uma em que o valor de  $A$  é o menor possível.

É garantido que a lista de dígitos da lousa tem no máximo tamanho 1000.

## Entrada

A primeira linha da entrada contém um único inteiro  $N$ , indicando o número de dígitos. A segunda linha contém  $N$  inteiros  $d_i$ , indicando os dígitos escritos.

## Saída

Imprima o menor valor possível de  $A$ .

## Restrições

- $1 \leq N \leq 1000$
- $0 \leq d_i \leq 9$

## Informações sobre a pontuação

- Para um conjunto de casos de testes valendo 21 pontos,  $1000 \leq A \leq B \leq 9999$ .
- Para outro conjunto de casos de testes valendo 23 pontos,  $B = A + 1$ .
- Para outro conjunto de casos de testes valendo 40 pontos,  $A, B < 10^6$ .
- Para outro conjunto de casos de testes valendo 16 pontos, nenhuma restrição adicional.

## Exemplos

<b>Exemplo de entrada 1</b>  6 1 2 3 1 2 4	<b>Exemplo de saída 1</b>  123
<b>Exemplo de entrada 2</b>  6 8 9 1 0 1 1	<b>Exemplo de saída 2</b>  8

# Quadrado

Nome do arquivo: `quadrado.c`, `quadrado.cpp`, `quadrado.pas`, `quadrado.java`, `quadrado.js` ou `quadrado.py`

Um *quadrado fantástico* é um conjunto de números inteiros positivos dispostos em  $N$  linhas por  $N$  colunas tal que:

- Não há números repetidos no quadrado.
- A média dos números em cada linha é um número inteiro que está presente na linha.
- A média dos números em cada coluna é um número inteiro que está presente na coluna.

## Entrada

A primeira e única linha da entrada contém um número inteiro  $N$ , indicando a dimensão do quadrado.

## Saída

Seu programa deve produzir  $N$  linhas, cada uma contendo  $N$  números inteiros  $X_i$ , representando um quadrado fantástico.

## Restrições

- $1 \leq N \leq 40$
- $1 \leq X_i \leq 1000000$

## Informações sobre a pontuação

- Para um conjunto de casos de testes valendo 44 pontos,  $1 \leq N$  é ímpar.
- Para outro conjunto de casos de testes valendo 56 pontos, nenhuma restrição adicional.

## Exemplos

<b>Exemplo de entrada 1</b> 1	<b>Exemplo de saída 1</b> 1
<b>Exemplo de entrada 2</b> 2	<b>Exemplo de saída 2</b> -1
<b>Exemplo de entrada 3</b> 3	<b>Exemplo de saída 3</b> 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Exemplo de entrada 4	Exemplo de saída 4
4	1 2 3 6 7 8 9 12 13 14 15 18 31 32 33 36

# Dona Minhoca

Nome do arquivo: `minhoca.c`, `minhoca.cpp`, `minhoca.pas`, `minhoca.java`, `minhoca.js` ou `minhoca.py`

Dona Minhoca construiu uma bela casa, composta de  $N$  salas conectadas por  $N - 1$  túneis. Cada túnel conecta exatamente duas salas distintas, e pode ser percorrido em qualquer direção. A casa de dona Minhoca foi construída de modo que, percorrendo os túneis, é possível partir de qualquer sala e chegar a qualquer outra sala da casa.

Para deixar sua casa mais segura, Dona Minhoca decidiu instalar radares anti-furto em algumas das salas. Ela comprou  $K$  radares, e deve agora decidir em quais salas colocará um radar. Além disso, todos radares terão um *raio de alcance*, cujo valor  $R$  também deve ser decidido. Quando um radar com raio de alcance  $R$  é instalado na sala  $s$ , todas as salas com distância menor ou igual a  $R$  da sala  $s$  (incluindo a própria  $s$ ) ficam sob o alcance do radar, e estarão protegidas.

Devido à política estranha de cobrança da empresa de radares, todos os  $K$  radares devem ter o mesmo raio de alcance. Dona Minhoca então se pergunta: qual seria o menor valor possível para  $R$ , tal que, se o raio de alcance dos radares for  $R$ , é possível escolher  $K$  salas para instalar os radares de forma que todas as  $N$  salas estejam protegidas?

## Entrada

A primeira linha da entrada contém dois inteiros  $N$  e  $K$ , indicando o número de salas, e de radares que Dona Minhoca possui. As  $N - 1$  linhas seguintes contém dois inteiros  $a_i$  e  $b_i$  cada, indicando que existe um túnel conectando essas duas salas.

## Saída

Seu programa deve produzir uma única linha, contendo um único inteiro, o menor valor possível para  $R$ .

## Restrições

- $1 \leq N \leq 300000$
- $1 \leq K < N$
- $a_i \neq b_i$

## Informações sobre a pontuação

- Para um conjunto de casos de testes valendo 25 pontos,  $K = 1$
- Para outro conjunto de casos de testes valendo 17 pontos, o túnel  $i$  conecta as salas  $i$  e  $i + 1$  ( $1 \leq i \leq N - 1$ ). Ou seja, a casa possui o formato de uma linha reta.
- Para outro conjunto de casos de testes valendo 17 pontos,  $N, K \leq 100$
- Para outro conjunto de casos de testes valendo 41 pontos, nenhuma restrição adicional.



**Exemplos**

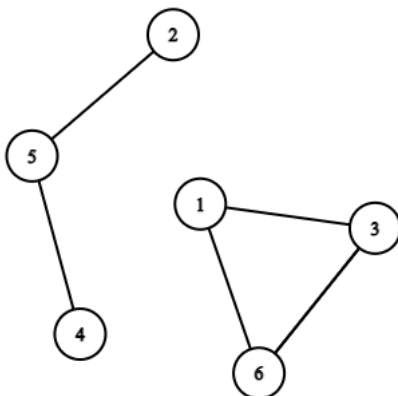
<b>Exemplo de entrada 1</b>	<b>Exemplo de saída 1</b>
6 1 1 2 2 3 3 4 4 5 4 6	2

<b>Exemplo de entrada 2</b>	<b>Exemplo de saída 2</b>
6 2 1 2 2 3 3 4 4 5 4 6	1

# Construção de Rodovia

Nome do arquivo: `rodovia.c`, `rodovia.cpp`, `rodovia.pas`, `rodovia.java`, `rodovia.js` ou `rodovia.py`

O reino de Nlogonia é composto por  $N$  cidades, numeradas de 1 a  $N$ , e  $M$  rodovias bidirecionais, ou seja, é possível usar uma rodovia  $(x, y)$  para ir tanto da cidade  $x$  à cidade  $y$ , quanto de  $y$  a  $x$ .



Vamos definir o valor da *conectividade* do reino como o número de pares não ordenados  $(x, y)$ , com  $x \neq y$ , tais que é possível viajar de  $x$  a  $y$  (talvez indiretamente, passando por outras cidades intermediárias pelo caminho). Na figura acima, por exemplo, o valor da conectividade é 6, sendo que os pares em questão são:  $(1, 3)$ ,  $(1, 6)$ ,  $(3, 6)$ ,  $(2, 4)$ ,  $(2, 5)$  e  $(4, 5)$ .

O governo de Nlogonia está planejando construir uma única nova rodovia  $(A, B)$ , também bidirecional. Muitas discussões estão sendo feitas para escolher a rodovia ideal, porém no momento, o maior receio é se há alguma possibilidade de ser feita uma escolha que seja considerada redundante pelos habitantes do reino. Em particular, foi dada a você a tarefa de descobrir se existe algum par  $(A, B)$  de cidades tal que:

- $A \neq B$
- Não existe nenhuma rodovia originalmente no reino que conecta as cidades  $A$  e  $B$ .
- Caso adicionarmos a rodovia  $(A, B)$ , o valor da conectividade do reino permanecerá o mesmo.

Também foi pedido que, caso existam pares que cumpram todas as condições, você deve informar algum deles. Caso tenha mais de um par válido, você pode escolher qualquer um deles.

## Entrada

A primeira linha da entrada contém dois inteiros  $N$  e  $M$ , indicando o número de cidades e rodovias. Seguem  $M$  linhas contendo dois inteiros  $x_i$  e  $y_i$  cada, indicando que existe uma rodovia que pode ser usada para viajar entre as cidades  $x$  e  $y$ .

## Saída

Caso exista algum par que satisfaça todas as condições, seu programa deve imprimir qualquer um desses pares, em uma única linha. Caso contrário, imprima -1.

## Restrições

- $1 \leq N \leq 200000$
- $1 \leq M \leq 400000$
- $x_i \neq y_i$
- Não existem duas rodovias que conectam o mesmo par de cidades.

## Informações sobre a pontuação

- Para um conjunto de casos de testes valendo 43 pontos,  $N, M \leq 100$ .
- Para outro conjunto de casos de testes valendo 57 pontos, nenhuma restrição adicional.

## Exemplos

Exemplo de entrada 1	Exemplo de saída 1
4 3 1 2 2 4 4 1	-1

Exemplo de entrada 2	Exemplo de saída 2
4 4 1 2 2 4 4 1 3 2	3 4