



OBI2020

Caderno de Soluções

Modalidade **Iniciação** • **Nível Júnior** • **Fase Local (Turno A)**

22 e 23 de junho de 2020

A PROVA TEM DURAÇÃO DE 1 HORA

Promoção:



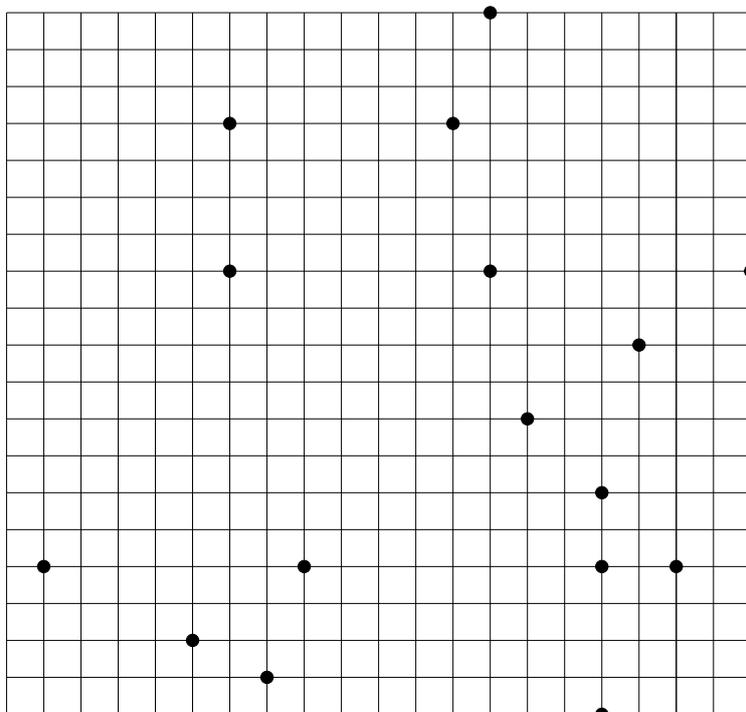
Sociedade Brasileira de Computação

Apoio:



Estrada Reta

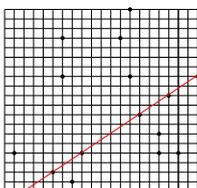
O polo industrial da Nlogônia, Nlogópolis, possui várias indústrias localizadas como indica o mapa abaixo, onde cada indústria é representada pelo símbolo \bullet . Uma estrada em linha reta será construída atravessando Nlogópolis, e atenderá a todas as indústrias pela qual ela passa.



Questão 1. Qual é o maior número de indústrias que essa estrada poderá atender?

Solução

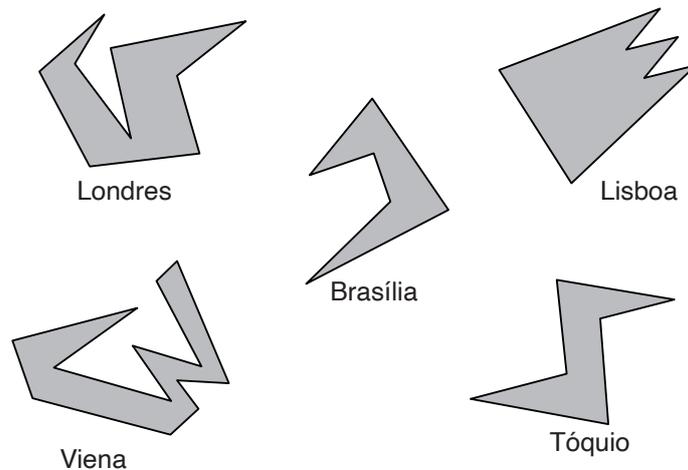
O maior número de indústrias que essa estrada poderá atender, ou seja, o maior número de pontos colineares, é 5, como pode ser visto na imagem abaixo:



- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5 ← alternativa correta
- (E) 6

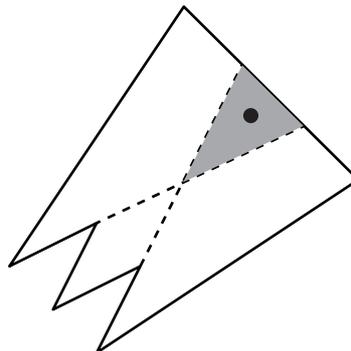
Segurança do Museu

A segurança de museus é muito importante para evitar roubos de grandes obras. Há museus com arquiteturas sofisticadas e formatos bem diferentes. A figura abaixo mostra alguns formatos de museus (vistos de cima).



Questão 2. Qual dos museus mostrados pode ter todas suas paredes vigiadas ao mesmo tempo por um único guarda parado dentro do museu?

Solução



Qualquer guarda na região sombreada enxerga todas as paredes do museu.

- (A) Londres
- (B) Brasília
- (C) Lisboa ← **alternativa correta**
- (D) Viena
- (E) Tóquio

Paciente Zero

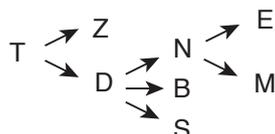
Numa epidemia por um novo tipo de vírus, uma das tarefas mais importantes dos médicos infectologistas é determinar quem foi o Paciente Zero, ou seja, a pessoa que foi infectada primeiro pelo novo vírus. O Paciente Zero geralmente é infectado por um animal (morcego, por exemplo). Dizemos que a pessoa X foi infectada *diretamente* pela pessoa Y quando X teve contato com Y. Dizemos que X foi infectada *indiretamente* por Y quando X não teve contato com Y, mas teve contato com uma pessoa que Y infectou, direta ou indiretamente. Numa recente epidemia no reino da Nlogônia, os médicos determinaram que:

- Duda infectou diretamente Neco e Sula
- Elba foi infectada diretamente por Neco

- Teco infectou diretamente Zico e Duda
- Bia foi infectada diretamente por Duda
- Neco infectou diretamente Mano

Deduções

Colocando as informações em um diagrama:



Questão 3. Qual das alternativas seguintes é a pessoa que foi o Paciente Zero?

Solução

Uma consulta ao diagrama fornece a resposta.

- (A) Duda
- (B) Elba
- (C) Teco ← **alternativa correta**
- (D) Zico
- (E) Neco

Questão 4. Qual das alternativas seguintes é a pessoa que infectou diretamente o maior número pessoas?

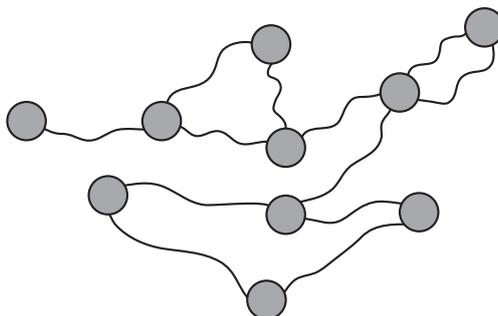
Solução

Uma consulta ao diagrama fornece a resposta.

- (A) Teco
- (B) Bia
- (C) Neco
- (D) Mano
- (E) Duda ← **alternativa correta**

Quebrando o quebra-cabeças

Wanderley recebeu um desafio de seu pai. Ele ganhou um quebra-cabeças composto de dez bolinhas ligadas por alguns fios, cuja figura é mostrada abaixo.

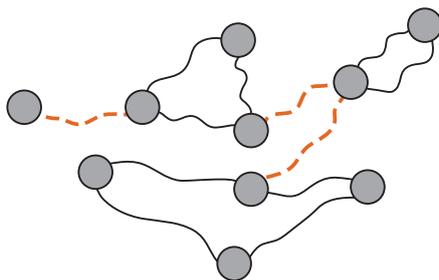


Como pode ser visto, não é possível separar o quebra-cabeças em duas partes sem romper os fios. O desafio de Wanderley é cortar apenas um dos fios e conseguir separar o quebra-cabeças em duas partes.

Questão 5. Quantos fios diferentes Wanderley pode escolher para cortar de forma a cumprir o desafio?

Solução

A figura abaixo mostra as três cordas que podemos cortar para separar o brinquedo em duas partes:



A alternativa correta é (C).

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3 ← **alternativa correta**
- (D) 4
- (E) 5

Questão 6. Se Wanderley escolher separar o quebra-cabeças de forma que o número de bolinhas de uma das partes resultantes tenha o maior número de bolinhas possível, quantas bolinhas tem a parte do quebra-cabeças com o maior número de bolinhas após o fio ser cortado?

Solução

Conforme a figura acima, é possível separar o brinquedo de tal forma que o número de bolinhas das partes sejam 1:9 ou 4:6. A alternativa correta é (E).

- (A) 4
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8
- (E) 9 ← **alternativa correta**

To do

Novas Estradas

O rei na Nlgônia decidiu povoar uma ilha inabitada do reino, construindo na ilha cinco novas cidades. O rei quer construir estradas entre as cinco cidades. Duas cidades são consideradas *desconectadas* se não houver caminho formado por estradas entre elas. Por exemplo, se houver uma estrada ligando a cidade A à cidade B e outra estrada ligando a cidade B à cidade C, então a cidade A está conectada

à cidade C, pois é possível ir de A para C passando pela cidade B. O rei tem o seguinte plano: enquanto houver um par de cidades desconectadas, serão sorteadas duas cidades da ilha; se já não houver uma estrada entre as duas cidades sorteadas, uma nova estrada será construída entre essas duas cidades.

Questão 7. Qual é o número mínimo de estradas que podem ser construídas seguindo o plano do rei?

Solução

Quatro estradas são suficientes para conectar as cinco cidades, por exemplo construindo as estradas de 1 a 2, 1 a 3, 1 a 4 e 1 a 5.

- (A) 3
- (B) 4 ← **alternativa correta**
- (C) 5
- (D) 8
- (E) 10

Questão 8. Qual é o número máximo de estradas que podem ser construídas seguindo o plano do rei?

Solução

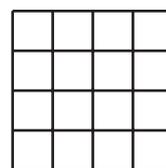
O número máximo é atingido construindo todas as estradas possíveis utilizando quatro cidades, totalizando 6 estradas, além de mais uma última estrada ligando uma das quatro cidades até a quinta cidade ainda não conectada.

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7 ← **alternativa correta**
- (D) 9
- (E) 10

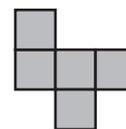
Cobrindo o Tabuleiro

Considere o tabuleiro de 4×4 posições e a peça mostrada na figura ao lado.

Você deve cobrir todo o tabuleiro com cópias da peça, que pode ser girada. Você pode cobrir uma posição do tabuleiro com mais de uma peça (sobreposição de peças), e um pedaço da peça pode não cobrir qualquer posição (pedaço de peça para fora do tabuleiro), mas cada posição do tabuleiro deve ser coberta por pelo menos uma peça.



Tabuleiro

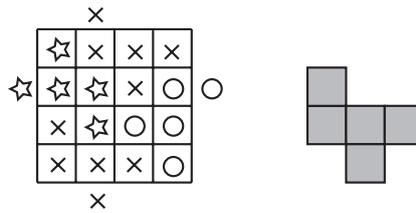


Peça

Questão 9. Qual o menor número de peças necessárias para cobrir todo o tabuleiro, nas condições acima?

Solução

Não é possível cobrir o tabuleiro com 3 peças ou menos, uma vez que cada peça cobre no máximo 5 posições e o tabuleiro tem 16 posições: $3 \times 5 = 15$ e $15 < 16$.



É possível cobrir o tabuleiro com 4 peças, como pode ser visto na imagem abaixo:

Como não é possível cobrir com menos de 4 peças, e existe uma solução com 4, esse é o número mínimo de peças para cobrir o tabuleiro.

- (A) 3
- (B) 4 ← **alternativa correta**
- (C) 5
- (D) 6
- (E) 7

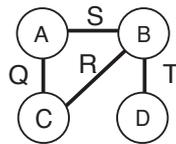
Dona Minhoca

Dona Minhoca construiu quatro túneis – Q, R, S e T – embaixo da terra, ligando os quatro cômodos – A, B, C e D – da sua residência. Cada tunel tem exatamente o mesmo comprimento e conecta exatamente dois cômodos diferentes, da seguinte forma:

- Q conecta A e C
- R conecta B e C
- S conecta A e B
- T conecta B e D

Deduções

Colocando as informações em um diagrama:



Questão 10. Qual das seguintes alternativas é uma ordem correta de cômodos num passeio em que Dona Minhoca visita todos os cômodos de sua residência, partindo do cômodo A, usando apenas os túneis e nunca usando um túnel mais de uma vez?

Solução

A alternativa correta é (B).

- (A) A, B, C, D
- (B) A, C, B, D ← **alternativa correta**
- (C) A, C, D, B
- (D) A, D, B, C
- (E) A, D, C, B

Questão 11. Se Dona Minhoca está no cômodo D e deseja ir para o cômodo C por uma sequência de túneis que não é mais longa do que o necessário, quantos túneis ela deve percorrer?

Solução

Dona Minhoca deve usar o túnel T e em seguida o túnel R. A alternativa correta é (B).

- (A) 1
- (B) 2 ← **alternativa correta**
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

Questão 12. Se Dona Minhoca quer passear pelos cômodos da sua residência usando apenas túneis, qualquer das alternativas seguintes é uma sequência possível de túneis que ela pode usar EXCETO

Solução

A alternativa correta é (D). Para utilizar Q e depois S, dona Minhoca partiu do cômodo C, usou Q para chegar ao cômodo A, usou A para chegar ao cômodo B, usou R para chegar ao cômodo C. Então não pode usar o túnel T, o que faz essa sequência inválida. Todas as outras sequências são válidas.

- (A) R, Q, S, R, Q
- (B) S, T, T, R, Q
- (C) T, R, R, T, T
- (D) Q, S, R, T, S ← **alternativa correta**
- (E) T, S, Q, R, T

Questão 13. Se num passeio pelos cômodos Dona Minhoca percorre o comprimento inteiro de cada túnel exatamente uma vez, qual seguintes alternativas é uma lista completa e correta dos cômodos que ela visita duas vezes?

Solução

Usando cada túnel apenas uma vez, o único cômodo que é visitado duas vezes é B. A alternativa correta é (A).

- (A) B ← **alternativa correta**
- (B) A, B
- (C) B, C
- (D) B, D
- (E) B, C, D