



OBI2020

Caderno de Soluções

Modalidade **Iniciação • Nível 2 • Fase Local (Turno A)**

22 e 23 de junho de 2020

A PROVA TEM DURAÇÃO DE 1 HORA

Promoção:



Sociedade Brasileira de Computação

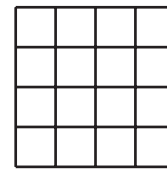
Apoio:



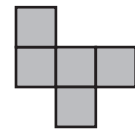
Cobrindo o Tabuleiro

Considere o tabuleiro de 4×4 posições e a peça mostrada na figura ao lado.

Você deve cobrir todo o tabuleiro com cópias da peça, que pode ser girada. Você pode cobrir uma posição do tabuleiro com mais de uma peça (sobreposição de peças), e um pedaço da peça pode não cobrir qualquer posição (pedaço de peça para fora do tabuleiro), mas cada posição do tabuleiro deve ser coberta por pelo menos uma peça.



Tabuleiro



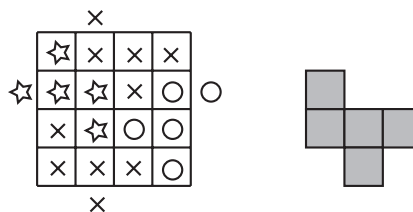
Peça

Questão 1. Qual o menor número de peças necessárias para cobrir todo o tabuleiro, nas condições acima?

Solução

Não é possível cobrir o tabuleiro com 3 peças ou menos, uma vez que cada peça cobre no máximo 5 posições e o tabuleiro tem 16 posições: $3 \times 5 = 15$ e $15 < 16$.

É possível cobrir o tabuleiro com 4 peças, como pode ser visto na imagem abaixo:



Como não é possível cobrir com menos de 4 peças, e existe uma solução com 4, esse é o número mínimo de peças para cobrir o tabuleiro.

- (A) 3
- (B) 4 ← **alternativa correta**
- (C) 5
- (D) 6
- (E) 7

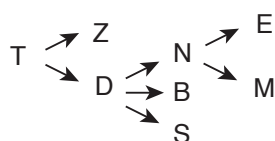
Paciente Zero

Numa epidemia por um novo tipo de vírus, uma das tarefas mais importantes dos médicos infectologistas é determinar quem foi o Paciente Zero, ou seja, a pessoa que foi infectada primeiro pelo novo vírus. O Paciente Zero geralmente é infectado por um animal (morcego, por exemplo). Dizemos que a pessoa X foi infectada *diretamente* pela pessoa Y quando X teve contato com Y. Dizemos que X foi infectada *indiretamente* por Y quando X não teve contato com Y, mas teve contato com uma pessoa que Y infectou, direta ou indiretamente. Numa recente epidemia no reino da Nlogônia, os médicos determinaram que:

- Duda infectou diretamente Neco e Sula
- Elba foi infectada diretamente por Neco
- Teco infectou diretamente Zico e Duda
- Bia foi infectada diretamente por Duda
- Neco infectou diretamente Mano

Deduções

Colocando as informações em um diagrama:



Questão 2. Qual das alternativas seguintes é a pessoa que foi o Paciente Zero?

Solução

Uma consulta ao diagrama fornece a resposta.

- (A) Duda
- (B) Elba
- (C) Teco ← **alternativa correta**
- (D) Zico
- (E) Neco

Questão 3. Qual das alternativas seguintes é a pessoa que infectou diretamente o maior número pessoas?

Solução

Uma consulta ao diagrama fornece a resposta.

- (A) Teco
- (B) Bia
- (C) Neco
- (D) Mano
- (E) Duda ← **alternativa correta**

Novas Estradas

O rei na Nlgônia decidiu povoar uma ilha inabitada do reino, construindo na ilha cinco novas cidades. O rei quer construir estradas entre as cinco cidades. Duas cidades são consideradas *desconectadas* se não houver caminho formado por estradas entre elas. Por exemplo, se houver uma estrada ligando a cidade A à cidade B e outra estrada ligando a cidade B à cidade C, então a cidade A está conectada à cidade C, pois é possível ir de A para C passando pela cidade B. O rei tem o seguinte plano: enquanto houver um par de cidades desconectadas, serão sorteadas duas cidades da ilha; se já não houver uma estrada entre as duas cidades sorteadas, uma nova estrada será construída entre essas duas cidades.

Questão 4. Qual é o número mínimo de estradas que podem ser construídas seguindo o plano do rei?

Solução

Quatro estradas são suficientes para conectar as cinco cidades, por exemplo construindo as estradas de 1 a 2, 1 a 3, 1 a 4 e 1 a 5.

- (A) 3
- (B) 4 ← **alternativa correta**
- (C) 5
- (D) 8
- (E) 10

Questão 5. Qual é o número máximo de estradas que podem ser construídas seguindo o plano do rei?

Solução

O número máximo é atingido construindo todas as estradas possíveis utilizando quatro cidades, totalizando 6 estradas, além de mais uma última estrada ligando uma das quatro cidades até a quinta cidade ainda não conectada.

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7 ← **alternativa correta**
- (D) 9
- (E) 10

Meu primeiro computador

Daniel ganhou seu primeiro computador pessoal e está aprendendo a trabalhar com ele. Seu computador possui uma tela de exibição de resultados e um peculiar teclado composto de cinco teclas nomeadas A, B, C, D e E. Existe ainda uma memória interna, chamada NUM, que armazena apenas um número inteiro e possui inicialmente o valor zero. Qualquer sequência de teclas pode ser pressionada e o efeito resultante dependerá da sequência digitada. As ações associadas a cada uma são:

- Se A é pressionada: NUM é inicializado com o valor dez, independente do que tinha antes.
- Se B é pressionada: é armazenado em NUM o valor que ele possuía subtraído um.
- Se C é pressionada: é armazenado em NUM o valor que ele possuía subtraído dois.
- Se D é pressionada: é armazenado em NUM o valor que ele possuía somado um.
- Se E é pressionada: é impresso na tela o valor contido em NUM.

Questão 6. O que é exibido na tela se for digitada a sequência

Solução

Simulando a execução, podemos verificar que a alternativa correta é (D).

B D D A E E D E A B E ?

- (A) 10 11 10 9
- (B) 10 10 10 8
- (C) 10 11 9
- (D) 10 10 11 9 ← **alternativa correta**
- (E) 10 8 7 9

Questão 7. Qual ordem de digitação entre as seguintes exibe na tela a sequência 10 9 8 7?

Solução

A alternativa (A) exibe 0 -1 -2 -3. A alternativa (B) exibe 10 11 12. A alternativa (D) exibe 10 8 6. A alternativa (E) exibe 10 9 8. A alternativa correta é (C).

- (A) E B E B E B E
- (B) A E D E D E
- (C) A E B E B E B E ← **alternativa correta**
- (D) A E C E C E
- (E) A E B E B E

Questão 8. Se a tecla B tiver um problema e não puder ser usada, qual das ordens seguintes pode ser usada para produzir na tela a sequência 10 9 8 7?

Solução

A alternativa (A) exibe 0 0 -1 -2 -3. A alternativa (B) exibe 10 12 14 16. A alternativa (C) exibe 10 9. A alternativa (E) exibe 10 6 2 -2. A alternativa correta é (D).

- (A) E E D C E D C E D C E
- (B) A E D D E D D E D D E
- (C) A E D C A D C A C D E
- (D) A E D C E D C E C D E ← **alternativa correta**
- (E) A E C C E C C E C C E

Questão 9. Qual o menor número de teclas que devem ser pressionadas para que a tela exiba o número 5?

Solução

A menor sequência é A C C B E, a alternativa correta é (D).

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5 ← **alternativa correta**
- (E) 6

Questão 10. Qual das ordens de digitação seguintes exibe na tela a sequência 1 3 5?

Solução

A alternativa (B) exibe -2 -6 -10. A alternativa (C) exibe 2 4 5. A alternativa (D) exibe 1 2 3. A alternativa (E) exibe 11 13 15. A alternativa correta é (A).

- (A) D E D D E D D E ← **alternativa correta**
- (B) C E C C E C C E
- (C) A C C C C E D D E D E
- (D) D E D E D E
- (E) A D E D D E D D E

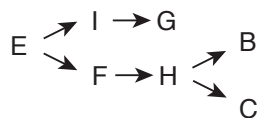
Medalhas

Brasil, Canadá, Dinamarca, Espanha, Finlândia, Grécia, Holanda e Índia são os únicos países participantes de uma competição internacional de programação de computadores. Os três países com a maior pontuação receberão medalhas. Não há empates na classificação dos países e as seguintes condições são obedecidas:

1. Finlândia tem pontuação maior do que Espanha mas menor do que Holanda.
2. Índia tem pontuação maior do que Espanha mas menor do que Grécia.
3. Tanto Brasil como Canadá têm pontuação maior do que Holanda.
4. Se Dinamarca recebe medalha, então Índia não recebe medalha.
5. Se Brasil recebe medalha, então Holanda também recebe medalha.

Deduções

Neste problema temos que determinar a sequência de países em termos de pontuação. As restrições de 1 a 3 podem ser resumidas com o seguinte diagrama, onde as setas apontam do país com pontuação menor para o país com pontuação maior. Do diagrama, podemos deduzir que Espanha e Finlândia não podem ganhar medalha, pois em qualquer configuração há pelo menos três outros países com pontuação maior. Também podemos deduzir que apenas Espanha ou Dinamarca podem ser os últimos colocados.



Questão 11. Qual das alternativas a seguir pode ser a lista dos três países que recebem medalhas?

Solução

Em geral, para este questão basta analisar cada alternativa e verificar sua validade em relação às restrições. A alternativa (A) viola a restrição 3, pois Holanda não pode ter medalha se Canadá não tem medalha. A alternativa (B) viola a restrição 4. A alternativa (D) viola a restrição 3, similar à alternativa (A). A alternativa (E) viola a restrição 4. A alternativa (C) não viola as regras e é a correta.

- (A) Brasil, Holanda, Grécia
- (B) Espanha, Dinamarca, Índia
- (C) Grécia, Índia, Canadá ← **alternativa correta**
- (D) Finlândia, Holanda, Brasil
- (E) Dinamarca, Índia, Grécia

Questão 12. Se Holanda não recebe medalha, então qual dos seguintes são dois países que certamente recebem medalhas?

Solução

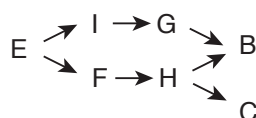
Conforme dedução, Espanha e Finlândia não podem receber medalha, o que elimina as alternativas (C) e (E). Se Holanda não recebe medalha, como consequência da regra 5, Brasil não recebe medalha, o que elimina a alternativa (A). Então os únicos países que podem receber medalha neste caso são Canadá, Grécia, Índia e Dinamarca, com duas restrições: $I \rightarrow G$ e a restrição 4. Se Canadá não receber medalha, a restrição 4 é violada. Da mesma forma, se Grécia não receber medalha, a restrição 4 é violada. Então Canadá e Grécia recebem certamente medalhas; o outro país a receber medalha é ou Índia ou Dinamarca, de forma que a alternativa correta é (B).

- (A) Brasil e Grécia
- (B) Canadá e Grécia ← **alternativa correta**
- (C) Canadá e Finlândia
- (D) Dinamarca e Grécia
- (E) Espanha e Índia

Questão 13. Se Grécia tem pontuação menor do que Brasil, então cada uma das alternativas abaixo é sempre verdadeira EXCETO

Solução

Se Grécia tem pontuação menor do que Brasil, o diagrama atualizado é



Então os únicos países que podem ter pontuação maior do que Brasil são Canadá e Dinamarca. Como três países ganham medalha, Brasil necessariamente ganha medalha. Mas se Brasil ganha medalha Holanda também ganha medalha pela restrição 4. E como Canadá tem pontuação maior do que Holanda, Canadá necessariamente também ganha medalha, o que significa que Dinamarca não ganha pode ganhar medalha neste caso. A alternativa correta é (B), pois não pode ser verdadeira. Todas as outras alternativas são necessariamente verdadeiras.

- (A) Canadá recebe medalha.
- (B) Dinamarca tem pontuação maior do que Brasil. ← **alternativa correta**
- (C) Grécia tem pontuação menor do que Holanda.
- (D) Holanda recebe medalha.
- (E) Índia não recebe medalha.

Questão 14. Qual dos seguintes é um país que não recebe medalha?

Solução

Conforme as deduções, Espanha e Finlândia são os dois países que não podem receber medalha. A alternativa correta é (E).

- (A) Brasil
- (B) Índia
- (C) Holanda
- (D) Dinamarca
- (E) Finlândia ← **alternativa correta**

Questão 15. Se Finlândia tem pontuação menor do que exatamente quatro outros países, então qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

Solução

De acordo com as restrições, Finlândia tem pontuação menor do que Holanda, Canadá e Brasil. Se Finlândia tem pontuação menor do que quatro países, então apenas um outro

país além desses três países pode estar entre esses quatro países. Como há espaço para apenas um país, Brasil deve estar entre os três primeiros (pois tem pontuação maior do que Holanda), e portanto Brasil ganha medalha, o que implica que Holanda ganha medalha, o que por sua vez implica que Canadá também ganha medalha. Ou seja, os três países que ganham medalha são Brasil, Canadá e Holanda. A alternativa correta é (D). Todas as outras ou são falsas ou não são sempre verdadeiras.

- (A) Dinamarca tem pontuação maior do que Espanha.
- (B) Grécia tem pontuação menor do que Finlândia.
- (C) Índia recebe medalha.
- (D) Holanda e Brasil recebem medalhas. ← **alternativa correta**
- (E) Ou Grécia ou Dinamarca recebe medalha.