

Competidor(a): \_\_\_\_\_

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ – \_\_\_\_\_ (opcional)



**OBI2019**

## **Caderno de Soluções**

**Modalidade Iniciação • Nível 2 • Fase Nacional**

5 de outubro de 2019

**A PROVA TEM DURAÇÃO DE 2 HORAS**

**Promoção:**



**Sociedade Brasileira de Computação**

**Apoio:**



# Instruções

LEIA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUÇÕES ANTES DE INICIAR A PROVA

- A prova deve ser feita individualmente.
- A duração da prova é de uma hora.
- É proibido consultar livros, anotações ou qualquer outro material durante a prova.
- Todas as questões têm o mesmo valor na correção.
- Este caderno contém 40 questões, em páginas numeradas de 1 a 19, sem contar a página de rosto. Verifique se o caderno está completo.
- Seu professor entregará para você uma Folha de Respostas como a mostrada abaixo, que deve ser preenchida e devolvida ao final da prova para correção.
- Se você tiver dificuldades no preenchimento da Folha de Respostas, peça ajuda ao seu professor, que poderá ajudá-lo(a) no preenchimento.
- Ao final da prova você pode levar este caderno para casa.

**Olimpíada Brasileira de Informática**  
Modalidade Iniciação  
OBI2019 Fase 1 - 23/05/2019

**Instruções**

1. Verifique se o código QR no rodapé, à esquerda, está visível. Ele é importante para a correção automatizada.
2. Marque as respostas com caneta de tinta preta ou azul escuro.
3. Preencha completamente a marca correspondente à resposta, conforme o modelo: ●
4. Marque apenas uma resposta por questão. Mais de uma marcação anula a questão.
5. Não amasse, rasgue ou rasure esta Folha de Respostas.
6. Não faça marcas ou escreva fora dos lugares indicados.

Sistema de Correção Automatizada  
<https://olimpiada.ic.unicamp.br/inic>

Número de Inscrição

--	--	--	--	--

01 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
02 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
03 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
04 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
05 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
06 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
07 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
08 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
09 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
10 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
11 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
12 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
13 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
14 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E  
15 ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E

Nome \_\_\_\_\_  
Data \_\_\_\_\_ Assinatura \_\_\_\_\_

Escreva o seu número de inscrição

Marque os dígitos correspondentes ao seu número de inscrição

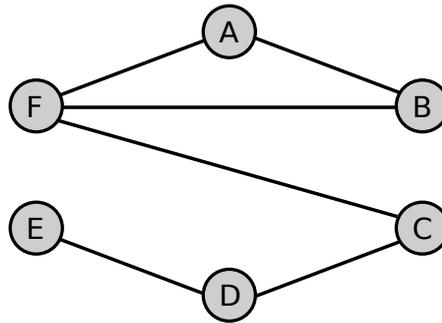
Marque uma resposta para cada questão

Não deixe nenhuma questão sem resposta

Preencha o campo com seu nome e assine

## Amizades

Um grupo de seis amigas do mesmo bairro, Ana, Beatriz, Carol, Diana, Ester e Fernanda, sempre foram inseparáveis, mas, nos últimos meses, algumas brigas aconteceram. Nada muito sério, mas a figura abaixo mostra como estão as relações entre elas atualmente. Um círculo com a letra inicial do nome representa uma amiga. Dois círculos estão ligados se as duas amigas estão brigadas. Se dois círculos não estão ligados, as amigas estão em paz.



**Questão 1.** Se Carol brigar com Ana e com Beatriz, qual será o número máximo de amigas em um subgrupo no qual todos os pares de amigas estão brigadas?

*Claramente existe um subgrupo de quatro amigas no qual todas estão brigadas: Ana, Beatriz, Carol e Fernanda. Esse número é máximo, pois apenas Carol está brigada com quatro amigas (nas condições dessa questão) e num subgrupo de cinco amigas no qual todas estão brigadas entre si, todas as cinco amigas tem que estar brigadas com as demais quatro.*

- (A) 3
- (B) 2
- (C) 4 (alternativa correta)
- (D) 1
- (E) 5

**Questão 2.** Qual par de amigas precisaria fazer as pazes para que seja possível separar todas as amigas em dois subgrupos de três amigas cada, de modo que qualquer par de amigas em subgrupos distintos esteja em paz?

*Se Carol e Fernanda fizerem as pazes, claramente as amigas poderão ser divididas nos subgrupos  $\{Ana, Beatriz, Fernanda\}$  e  $\{Carol, Diana, Ester\}$  como pedido na questão.*

- (A) Ana e Beatriz
- (B) Diana e Carol
- (C) Ana e Fernanda
- (D) Ester e Diana
- (E) Carol e Fernanda (alternativa correta)

**Questão 3.** Qual é o número máximo de amigas em um subgrupo contendo Fernanda no qual todos os pares de amigas estão em paz?

*As únicas possíveis amigas no subgrupo pedido são Diana e Ester. Como elas estão brigadas entre si, somente uma poderia estar num subgrupo com Fernanda no qual todos os pares estejam em paz.*

- (A) 1
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 2 (alternativa correta)
- (E) 5

**Questão 4.** Qual é o número máximo de amigas em um subgrupo no qual todos os pares de amigas estão em paz?

*Por inspeção, rapidamente podemos encontrar dois subgrupos de três amigas nos quais todos os pares estão em paz:  $\{Ana, Carol, Ester\}$  e  $\{Beatriz, Carol, Ester\}$ . Esse número é máximo como podemos mostrar, por exemplo, com o seguinte argumento. Por inspeção, encontramos três pares disjuntos de amigas brigadas:  $\{Ana, Beatriz\}$ ,  $\{Carol, Fernanda\}$  e  $\{Diana, Ester\}$ . Qualquer subgrupo, no qual todos os pares estejam em paz, pode conter apenas uma amiga de cada um desses três pares. Portanto, não é possível encontrar um subgrupo de quatro amigas no qual todos os pares estejam em paz.*

- (A) 5
- (B) 3 (alternativa correta)
- (C) 1
- (D) 2
- (E) 4

**Questão 5.** Qual é o número mínimo de pares de amigas atualmente brigadas que precisam fazer as pazes ao mesmo tempo para que a resposta da Questão 4 se altere?

*Se Ana fizer as pazes com Beatriz, teremos um subgrupo de quatro amigas no qual todas estão em paz entre si:  $\{Ana, Beatriz, Carol, Ester\}$ , o que alteraria a resposta da Questão 4.*

- (A) 1 (alternativa correta)
- (B) 2
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6

**Questão 6.** Qual é o número máximo de pares de amigas atualmente em paz que podem brigar ao mesmo tempo sem que a resposta da Questão 4 se altere?

*Por inspeção, podemos encontrar seis pares de amigas que poderiam brigar sem que a resposta da Questão 4 se altere:  $\{F,E\}$ ,  $\{F,D\}$ ,  $\{A,E\}$ ,  $\{A,D\}$ ,  $\{A,C\}$  e  $\{B,D\}$ . O subgrupo  $\{Beatriz, Carol, Ester\}$  continuaria com todos os pares em paz. Esse número é máximo como podemos mostrar, por exemplo, com o seguinte argumento. O número total de pares de amigas é 15 (combinação de 6, dois a dois). Para que continue existindo*

*um subgrupo de três amigas no qual todas estejam em paz, precisamos de três pares de amigas em paz. Portanto o máximo número de pares de amigas brigadas teria que ser  $12 = 15 - 3$ . Mas já temos 6 pares de amigas brigadas e, portanto, no máximo seis novos pares poderiam brigar.*

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6 (alternativa correta)
- (E) 7

## O jogo da Mina

Pedro está se divertindo no computador com um jogo em que seu personagem entra em uma mina com muitos tesouros. Numa gruta escondida Pedro encontrou quatro enormes pedras preciosas: Diamante, Safira, Esmeralda e Rubi (listadas da mais preciosa, Diamante, para a menos preciosa, Rubi). Cada uma das pedras preciosas pesa dois quilos. Pedro pode retirar as pedras preciosas da mina usando uma bolsa que pode carregar no máximo cinco quilos. Além disso, as pedras devem ser carregadas inteiras, ou então não são carregadas.

**Questão 7.** Quantas viagens são necessárias para Pedro retirar todas as pedras preciosas da mina?

*Como a bolsa pode carregar no máximo cinco quilos e cada pedra pesa dois quilos, ele tem que fazer duas viagens, cada uma carregando duas pedras. A alternativa correta é (B).*

- (A) 1
- (B)\* 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

**Questão 8.** Qual pedra preciosa possui a maior relação de valor por peso?

*Como todas as pedras têm o mesmo peso, a relação “valor por peso” obedece à ordem de dada no enunciado para as pedras preciosas, e Diamante é a mais valiosa. A alternativa correta é A.*

- (A)\* Diamante.
- (B) Rubi.
- (C) Safira.
- (D) Esmeralda.
- (E) Todas possuem a relação valor/peso igual.

**Questão 9.** Que pedras preciosas devem ser colocadas na bolsa para que ela carregue o maior valor possível?

*Como a bolsa suporta apenas 5 quilos, podemos levar apenas 2 pedras. Para levar o maior valor, as duas pedras de maior valor devem ser escolhidas, ou seja, Diamante e Safira. A alternativa correta é (A).*

- (A)\* Safira e Diamante.
- (B) Diamante e Rubi.
- (C) Esmeralda, Safira e Diamante.
- (D) Esmeralda e Safira.
- (E) Rubi, Esmeralda e Safira.

**Questão 10.** Se a condição de que as pedras preciosas devem ser mantidas inteiras for desconsiderada, ou seja, se as pedras preciosas puderem ser quebradas e divididas da maneira que Pedro quiser, que pedras preciosas devem ser colocadas na bolsa para que ela carregue o maior valor possível?

*Respeitando o limite de 5 quilos da bolsa e podendo quebrar as pedras, para que a bolsa carregue o maior valor possível devemos pegar primeiro as pedras de maior relação valor por peso. Dessa forma, devemos pegar a pedra de Safira (dois quilos) e a pedra de Diamante (dois quilos). Ainda faltará um quilo para atingir o limite da bolsa, e deve ser pego um quilo da pedra de Esmeralda, que corresponde a metade da pedra. A alternativa correta é (E).*

- (A) Rubi e Safira inteiras e metade da pedra Esmeralda.
- (B) Esmeralda, Safira e Diamante inteiras.
- (C) Diamante e Esmeralda inteiras e metade da pedra Rubi.
- (D) Esmeralda e Diamante inteiras e metade da pedra Safira.
- (E)\* Diamante e Safira inteiras e metade da pedra Esmeralda.

**Questão 11.** Se a condição da bolsa de Pedro carregar 5 quilos fosse mudada para uma carga máxima de 7 quilos, quantas viagens seriam necessárias para Pedro retirar todas as pedras preciosas da mina?

*Mesmo com sete quilos não seria possível carregar todas as pedras em uma única viagem, pois o total é 8 quilos. Assim, seriam necessárias duas viagens para carregar todas as pedras e a alternativa correta é (B).*

- (A) 1
- (B)\* 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

## Feira

Uma barraca na feira vende pelo menos um tipo entre os seguintes tipos de fruta: figo, banana, laranja, pera, tangerina e melancia. A barraca não vende nenhum outro tipo de fruta. A seleção de frutas que a barraca vende é consistente com as seguintes condições:

1. Se a barraca vende banana, então ela não vende pera.
2. Se a barraca não vende tangerina, então ela vende banana.
3. Se a barraca vende laranja, então ela vende tanto pera como melancia.
4. Se a barraca vende melancia, então ela vende ou figo ou tangerina ou ambos.

Vamos representar cada condição esquematicamente:

- 1)  $B \rightarrow \text{não}P$  (e também  $P \rightarrow \text{não}B$ )
- 2)  $\text{não}T \rightarrow B$  (e também  $\text{não}B \rightarrow T$ )
- 3)  $L \rightarrow PM$  (e também  $\text{não}P$  ou  $\text{não}M \rightarrow \text{não}L$ )
- 4)  $M \rightarrow F$  ou  $T$  ou  $FT$  (e também  $\text{não}F$  e  $\text{não}T \rightarrow \text{não}M$ )

Deduções:

Da condição 2 podemos deduzir que qualquer seleção de frutas para a barraca deve incluir ou banana ou tangerina.

**Questão 12.** Qual das seguintes alternativas é uma lista completa e correta de frutas que a barraca poderia vender?

*A alternativa (A) viola a condição 3. A alternativa (C) viola a condição 4. A alternativa (D) viola a condição 3. A alternativa (E) viola a condição (1). A alternativa (B) é correta.*

- (A) laranja, pera
- (B)\* pera, tangerina
- (C) laranja, pera, melancia
- (D) laranja, tangerina, melancia
- (E) banana, laranja, pera, melancia

**Questão 13.** Qual das seguintes alternativas poderia ser o único tipo de fruta que a barraca vende?

*Pela nossa dedução, a barraca deve vender ou banana ou tangerina. Se vai vender apenas um tipo de fruta, deve ser um desses dois. Como apenas a alternativa (D) oferece uma dessas frutas, é a alternativa correta.*

- (A) figo
- (B) laranja
- (C) pera
- (D)\* tangerina
- (E) melancia

**Questão 14.** Qual das seguintes alternativas não é uma lista completa e correta de frutas que a barraca poderia vender?

*Cada uma das alternativas (A), (B), (C) e (D) é seleção de frutas que não viola as condições. A alternativa (E) é a correta, pois viola a condição (1).*

- (A) banana, tangerina
- (B) tangerina, melancia
- (C) figo, banana, melancia
- (D) laranja, pera, tangerina, melancia
- (E)\* figo, banana, laranja, pera, melancia

**Questão 15.** Se a barraca não vende melancia, então qual das alternativas seguintes é sempre verdadeira?

*Questão anulada por falha na formulação. Todos ganham o ponto correspondente. A alternativa (C) deveria ter sido escrita “A barraca vende no máximo três tipos de fruta”. Se estivesse formulada corretamente, pela condição 3, se não vende melancia então não vende laranja, deixando para seleção apenas quatro frutas, figo, banana, pera, tangerina. A condição 1 elimina mais uma fruta, pois a barraca deve vender ou banana ou pera, com as escolhas (figo,banana,tangerina) e (figo,pera,tangerina). Assim, a barraca vende no máximo três tipos de fruta. Como está formulada a questão não tem resposta correta.*

- (A) A barraca vende banana.
- (B) A barraca vende ao menos dois tipos de fruta.
- (C) A barraca vende ao menos três tipos de fruta.
- (D) A barraca não vende nem laranja nem pera.
- (E) A barraca não vende nem laranja nem banana.

**Questão 16.** Se a barraca vende melancia, então qual das seguintes alternativas é sempre falsa? Vamos marcar cada fruta que pode ou não ser usada

F B L P T  M

A condição 4 indica que a barraca deve incluir F, T ou ambos. As possibilidades são:

F B L P ~~T~~  M  
~~F~~ B L P  T  M  
 F B L P  T  M

No primeiro cenário, pela condição 2, devemos selecionar banana. E pela regra 1, não pode incluir pera:

F  B L ~~P~~ ~~T~~  M  
~~F~~ B L P  T  M  
 F B L P  T  M

Agora analise cada alternativa, lembrando que a alternativa correta deve ser falsa. Cada uma das alternativas de (A) a (D) pode ser verdadeira, o que pode ser verificado no diagrama. A alternativa (E) não pode ser verdadeira e é a alternativa correta.

- (A) A barraca não vende figo.
- (B) A barraca não vende tangerina.
- (C) A barraca não vende pera.
- (D) A barraca vende pera mas não vende laranja.
- (E)\* A barraca vende pera mas não vende tangerina.

**Questão 17.** Se a condição “se a barraca não vende tangerina, então ela vende banana” for suspensa (ou seja, não for aplicada), então qual das seguintes alternativas não pode ser uma lista correta e completa dos tipos de frutas que a barraca vende?

*Vamos analisar cada alternativa considerando as condições remanescentes, ou seja, as condições 1, 3 e 4. A condição 1 não afeta nenhuma alternativa. A condição 3 afeta*

as alternativas (C) e (E) mas não é violada. A condição 4 afeta as alternativas (C), (D) e (E), sendo violada pela alternativa (C), que é a resposta correta.

- (A) pera
- (B) figo, pera
- (C)\* laranja, pera, melancia
- (D) figo, pera, melancia
- (E) figo, laranja, pera, melancia

## Oficinas

Seis estudantes, Caio, Duda, Edu, Flor, Gina e Heitor, vão participar de oficinas na Feira de Profissões da escola. Cada estudante vai participar de exatamente uma oficina entre as quatro disponíveis: Pedagogia, Secretariado, Turismo ou Zootecnia. Três professores, Kátia, Lia e Mauro vão coordenar as oficinas. Cada oficina será coordenada por exatamente um professor e cada professor vai coordenar ao menos uma oficina. Cada uma das quatro oficinas deve ter a participação de ao menos um estudante. Além disso, as seguintes restrições devem ser obedecidas:

1. Qualquer oficina coordenada por Lia não pode ter a participação de mais do que um estudante.
2. Caio deve participar de uma oficina coordenada por Kátia.
3. Se Flor participa da oficina de Secretariado, então Heitor deve também participar da oficina de Secretariado.
4. Nem Gina nem Heitor participam de uma oficina coordenada por Mauro.
5. Duda participa da oficina de Pedagogia.
6. Edu participa da oficina de Turismo.
7. A oficina de Turismo é coordenada por Kátia.

*Deduções:*

*Se Turismo é a única oficina coordenada por K, então não somente E participa dessa oficina (restrição 6) mas também C (restrição 2). E por conseguinte se C não participa de Turismo é porque K coordena mais de uma oficina.*

*As regras de que cada oficina deve ter a participação de ao menos um estudante e de que cada estudante participa de ao menos uma oficina restringe as possibilidades de distribuição do número de estudantes nas oficinas a apenas duas: 3:1:1:1 ou 2:2:1:1.*

*As restrições 3 e 4 envolvem H. Podemos deduzir que se F participa de Secretariado, então M não pode coordenar essa oficina.*

**Questão 18.** Qual das seguintes alternativas é uma possível atribuição de estudantes e professores às oficinas?

*Alternativa (B) viola a regra do enunciado, M deve coordenar ao menos uma oficina, alternativa (C) viola restrição 2, alternativa (D) viola restrição 3, alternativa (E) viola restrição 4. A alternativa correta é (A).*

	<i>Pedagogia</i>	<i>Secretariado</i>	<i>Turismo</i>	<i>Zootecnia</i>
(A)	Kátia; Caio Duda Heitor	Lia; Gina	Kátia; Edu	Mauro; Flor
(B)	Lia; Duda	Kátia; Gina	Kátia; Caio Edu Flor	Lia; Heitor
(C)	Lia; Duda	Kátia; Gina	Kátia; Edu Heitor	Mauro; Caio Flor
(D)	Mauro; Duda	Lia; Flor	Kátia; Edu Heitor	Kátia; Caio Gina
(E)	Mauro; Duda Gina	Mauro; Heitor	Kátia; Caio Edu	Lia; Flor

**Questão 19.** Se Flor e Gina participam, cada uma, de uma oficina que tem apenas um estudante e Mauro coordena exatamente duas oficinas, qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

*Como F é a única estudante na oficina, ela não participa de Secretariado, pois violaria a restrição 3. Tanto F como G também não participam de Turismo (C participa) ou Pedagogia (Duda participa). Assim, F participa em Zootecnia e G em Secretariado. Com G está em Secretariado, M não pode coordenar essa oficina. Como M coordena duas oficinas, elas são Pedagogia e Zootecnia e então Lia coordena Secretariado. H não pode participar de Secretariado ou Zootecnia (pois F e G são as únicas nessas oficinas). E pela restrição 4, H não pode participar de Pedagogia (M coordena), portanto H participa de Turismo. Além disso, como K coordena apenas uma oficina (Turismo), C deve participar dessa oficina. A alternativa correta é (A).*

- (A)\* Kátia coordena uma oficina em que três estudantes participam.
- (B) Lia coordena uma oficina em que Heitor participa.
- (C) Duda e Heitor participam da mesma oficina.
- (D) Caio participa da oficina de Pedagogia.
- (E) Flor participa da oficina de Secretariado.

**Questão 20.** Se Caio e Heitor participam da oficina de Zootecnia, qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

*Pela restrição 2, como C participa de Zootecnia, então K coordena essa oficina (além de Turismo). L e M devem coordenar as outras duas oficinas, Pedagogia e Zootecnia. Com C e H em Zootecnia, D em Pedagogia e E em Turismo, apenas G e F estão ainda sem oficina determinada. F não pode participar de Secretariado porque H não participa dessa oficina. Portanto, G deve participar de Secretariado. Pela regra 4, M não pode coordenar oficinas em que G participe, então M deve coordenar Pedagogia. Então Lia coordena Secretariado. F pode participar de qualquer oficina exceto Secretariado. A alternativa correta é (B).*

- (A) Gina participa da oficina de Pedagogia.
- (B)\* Flor participa da oficina de Zootecnia.
- (C) Kátia coordena uma oficina em que Gina participa.
- (D) Lia coordena uma oficina em que Flor participa.
- (E) Mauro coordena a oficina de Secretariado.

**Questão 21.** Se Flor participa da oficina de Secretariado, qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

*Nesse caso, H também participa da oficina de Secretariado, pela restrição 3. E pela restrição 4 Secretariado não pode ser coordenada por M. C e G ainda não têm oficinas determinadas, mas sabemos que ao menos um desses estudantes deve participar de Z (pois deve ter ao menos um participante). Como C deve estar em oficina coordenada por K, e H não pode estar em oficina coordenada por M, deduzimos que M não pode coordenar Zootecnia, seja C participante de Zootecnia (com K coordenando) ou G o participante de Zootecnia. Então M deve coordenar Pedagogia. A alternativa correta é (E).*

- (A) Edu e Caio participam da mesma oficina.
- (B) Gina participa da oficina de Turismo.
- (C) Kátia coordena a oficina de Zootecnia.
- (D) Lia coordena duas oficinas.
- (E)\* Mauro coordena a oficina de Pedagogia.

**Questão 22.** Se Mauro coordena apenas uma oficina e o maior número possível de estudantes participam dessa oficina, então qual das alternativas seguintes poderia ser verdadeira?

*Quantos estudantes M pode coordenar, se é coordenador de apenas uma oficina? M não pode coordenar G ou H devido à restrição 4. M também não pode coordenar E, pois este é coordenado por K. C também é coordenado por K. Portanto M pode coordenar apenas dois estudantes, D e F. Restrição 5 coloca D em Pedagogia, portanto F deve estar também em Pedagogia e essa oficina deve ser coordenada por M. Como M coordena uma oficina com dois alunos, deve haver outra oficina com dois alunos, já que a única distribuição de alunos nesse caso é 2:2:1:1. L não pode coordenar uma oficina com dois estudantes (restrição 1), portanto o outro professor além de M que coordena dois alunos é K. Além disso, K ou L deve coordenar duas oficinas. Se K coordena uma oficina, esta é Turismo tem a participação de C e E; nesse caso L coordena duas oficinas (Secretariado e Zootecnia) com um participante cada. Se K coordena duas oficinas, ela deve coordenar uma oficina com dois participantes (Turismo e Secretariado, ou Turismo e Zootecnia) e uma oficina com um participante (Secretariado ou Zootecnia), pois a oficina de L tem que ter apenas um participante. A alternativa (A) está incorreta, F participa de Pedagogia. A alternativa (B) está incorreta porque deduzimos que M coordena Pedagogia. A alternativa (C) poderia ser verdadeira e é a alternativa correta. A alternativa (D) não pode ser verdadeira porque viola a distribuição de participantes, pois colocaria três estudantes em Turismo. A alternativa (E) não pode ser verdadeira, pois Zootecnia não poderia ser coordenado por L (tem dois participantes) e seria coordenado por K. Como C tem que participar de oficina coordenada por K, a oficina coordenada por L (Secretariado) ficaria sem participante.*

- (A) Flor participa da oficina de Secretariado.
- (B) Gina participa da oficina de Pedagogia.
- (C)\* Caio e Gina participam da oficina de Secretariado.
- (D) Caio e Heitor participam da oficina de Turismo.
- (E) Gina e Heitor participam da oficina de Zootecnia.

## Salto de para-quedas

Oito para-quedistas – Beto, Dulce, Guto, Júlia, Kelly, Neto, Silvia e Vivian vão saltar de um avião. Cada para-quedista salta apenas uma vez, e os para-quedistas saltam em sequência, um após o outro. A ordem em que eles saltam deve obedecer às seguintes condições:

1. Silvia não salta por último.
2. Vivian salta após Júlia e Neto terem saltado.
3. O primeiro a saltar é ou Beto ou Dulce.
4. Guto salta antes de Júlia, com exatamente uma pessoa saltando entre eles.
5. Kelly salta antes de Neto, com exatamente duas pessoas saltando entre eles.

*Vamos anotar as condições:*

1.  $S \neq 8$
2.  $J...VeN...V$
3.  $1 = B/D$
4.  $G\_J$
5.  $K\_ \_ N$

*Deduções:*

*Pela condição 2, nem J nem N podem ser a última, e V não pode ser a segunda ou terceira (pois a posição 1 é determinada pela regra 3). Pela condição 4, G não pode ser sétima ou oitava e J não pode ser segunda ou terceira. Da mesma forma, pela condição 5, K não pode ser sexta, sétima ou oitava e N não pode ser segunda, terceira ou quarta. Para cada posição as condições são:*

- 1:  $B$  ou  $D$
- 2:  $\text{não}N$   $\text{não}J$   $\text{não}V$
- 3:  $\text{não}N$   $\text{não}J$   $\text{não}V$
- 4:  $\text{não}N$   $\text{não}V$
- 5:  $\text{não}V$
- 6:  $\text{não}V$   $\text{não}K$
- 7:  $\text{não}G$   $\text{não}K$
- 8:  $\text{não}J$   $\text{não}S$   $\text{não}K$   $\text{não}G$   $\text{não}N$

*Combinando as condições 2, 4 e 5 temos mais informações sobre V:  $G\_J...VeK\_ \_ N...V$ . Note que V precisa saltar depois de G, J, KeN, e os dois blocos ocupam no mínimo cinco lugares:*

$$\begin{array}{c} GKJ\_N...V \\ K\_GNJ...V \end{array}$$

*Além disso, a primeira posição está ocupada por B ou D.*

**Questão 23.** Qual das seguintes alternativas é uma possível ordem correta em que os para-quedistas saltam, do primeiro para o último?

*A condição 1 elimina a alternativa (D). A condição 2 elimina a alternativa (E). A condição 3 não elimina nenhuma alternativa. A condição 4 elimina a alternativa (A). A condição 5 elimina a alternativa (B). A alternativa correta é (C).*

- (A) Dulce, Kelly, Silvia, Guto, Neto, Beto, Júlia, Vivian
- (B) Dulce, Silvia, Kelly, Guto, Neto, Júlia, Beto, Vivian
- (C) Beto, Kelly, Silvia, Guto, Neto, Júlia, Vivian, Dulce
- (D) Beto, Guto, Kelly, Júlia, Dulce, Neto, Vivian, Silvia
- (E) Beto, Silvia, Dulce, Kelly, Vivian, Guto, Neto, Júlia

**Questão 24.** Se Vivian salta antes de Beto, então qual dos seguintes pode ser o segundo a saltar?

*Se V salta antes de B, pela condição 3 D é o primeiro a saltar, com V na posição 7 e B na posição 8. Os dois blocos discutidos na dedução ocupam as outras cinco posições. As duas possibilidades são:*

*DGKJSNVB  
DKSGNJVB*

*Ou seja, o segundo a saltar é G ou K. A alternativa correta é (D).*

- (A) Silvia
- (B) Júlia
- (C) Neto
- (D) Guto
- (E) Dulce

**Questão 25.** Qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

*Confira cada alternativa com as restrições deduzidas. Na alternativa (A), V pode saltar em sétimo lugar. Na alternativa (B), J pode saltar em quarto lugar. Na alternativa (C), K pode saltar em segundo lugar. Na alternativa (D) S pode saltar em segundo lugar. A alternativa (E) é a correta.*

- (A) O mais cedo que Vivian pode saltar é em oitavo lugar.
- (B) O mais cedo que Júlia pode saltar é em quinto lugar.
- (C) O mais cedo que Kelly pode saltar é em terceiro lugar.
- (D) O mais cedo que Silvia pode saltar é em terceiro lugar.
- (E) O mais cedo que Neto pode saltar é em quinto lugar.

**Questão 26.** Guto pode saltar em qualquer das ordens abaixo, exceto:

*Re-utilizando o que já vimos em questão anterior, em que V salta antes de B, sabemos que G pode estar na segunda ou na quarta posição, de forma que as alternativas (C) e (E) estão incorretas.*

*G pode saltar em terceiro lugar:*

1	2	3	4	5	6	7	8
B	S	G	K	J	D	N	V

*G também pode saltar em quinto lugar:*

1	2	3	4	5	6	7	8
B	S	K	D	G	N	J	V

*portanto a alternativa (B) está incorreta.*

*A alternativa correta é (A): não é possível posicionar nem o bloco GKJ\_N...V nem o bloco K\_GNJ...V de forma que G esteja na sexta posição.*

- (A) sexto lugar
- (B) quinto lugar
- (C) quarto lugar
- (D) terceiro lugar
- (E) segundo lugar

**Questão 27.** Qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

Questão anulada por erro na formulação. Todos ganham o ponto correspondente. O nome Vitória na alternativa (A) deveria ser Vivian.

- (A) Dulce é a quinta e Vitória a oitava a saltar.
- (B) Sílvia é a sétima e Neto o oitavo a saltar.
- (C) Beto é o primeiro e Sílvia a oitava a saltar.
- (D) Júlia é a terceira e Neto o sétimo a saltar.
- (E) Kelly é a segunda e Guto o terceiro a saltar.

**Questão 28.** Se Silvia salta antes de Júlia, então o mais cedo que Júlia pode saltar é em:

*Se S salta antes de J, é mais uma a saltar antes de V, e só sobra a posição 8 para V. Pelas restrições deduzidas, J não pode ser a segunda ou terceira, portanto as alternativas (A) e (B) estão incorretas. Para que J salte mais cedo vamos usar o bloco GKJ\_N...V. Então temos:*

1	2	3	4	5	6	7	8
B	S	G	K	J	D	N	V
D					B		

*Baseado no diagrama, o mais cedo que J pode saltar é em quinto lugar, a alternativa (D) é a correta.*

- (A) segundo lugar
- (B) terceiro lugar
- (C) quarto lugar
- (D) quinto lugar
- (E) sexto lugar

João está juntando dinheiro para comprar uma bicicleta e decidiu trabalhar durante as férias em um pequeno hotel. João vai trabalhar durante uma semana, de domingo a sábado. A cada dia João deve limpar um de seis cômodos do hotel: sala, garagem, cozinha e três quartos numerados de 1 a 3. Em um dos dias da semana João terá folga e não limpará nenhum cômodo; João deve limpar exatamente um cômodo em cada um dos outros dias da semana. As seguintes restrições devem ser obedecidas:

1. Se João limpar um cômodo no sábado ou no domingo, então ele não pode limpar nenhum cômodo na quinta-feira.
2. Se João limpar a sala e a garagem em dias consecutivos (ou seja, um dia em seguida de outro), então ele deve limpar o quarto 3 no dia imediatamente anterior ao seu dia de folga.
3. João deve limpar o quarto 1 exatamente três dias após ele limpar a sala.
4. João deve limpar a garagem antes de quarta-feira.
5. João deve limpar dois dos quartos em dias consecutivos.

*Deduções:*

*Pela restrição 1, deduzimos que se João limpar um comodo na quinta-feira, ele não pode limpar cômodo no sábado ou domingo. Mas são seis cômodos e sete dias, portanto deve haver apenas um dia de folga. Assim, o dia de folga é sempre quinta-feira. Pela restrição 2, deduzimos que se João não limpar o quarto 3 no dia imediatamente anterior ao dia de folga, então ele não limpa a sala e a garagem em dias consecutivos. Pela restrição 4, a garagem deve ser limpa domingo, segunda ou terça-feira. Pela restrição 3, deve haver exatamente dois dias entre ele limpar a sala e ele limpar o quarto 1. Como temos sete dias, o mais tarde que João pode limpar a sala é quarta-feira, e o mais cedo que João pode limpar o quarto 1 é quarta-feira.*

*Como a garagem (G) deve ser limpa antes de quarta-feira e o mais tarde que João pode limpar a sala (S) é quarta-feira, podem ser limpos quinta-feira, sexta-feira e sábado somente uma combinação dos quartos (Q1, Q2, Q3), cozinha (C) e dia de folga (F). A restrição 1 restringe ainda mais o que pode ser feito na quinta-feira: no caso de João limpar um cômodo no sábado ou domingo, ele deve ter a quinta-feira como dia de folga.*

**Questão 29.** Cada uma das alternativas seguintes é sempre falsa exceto:

*A questão é encontrar uma alternativa que possa ser verdadeira. Vamos examinar cada alternativa. Na alternativa (A), se João limpa um quarto no domingo e na segunda-feira, devem ser os quartos Q2 e Q3 (em alguma ordem), pois o mais cedo que Q1 pode ser limpo é quarta-feira. Isso força G e S serem limpos terça-feira e quarta-feira (em alguma ordem). Pela restrição 3, como limpa a garagem e a sala em dias consecutivos, deveria limpar Q3 no dia anterior ao seu dia de folga, mas isso é impossível. Na alternativa (B), se João limpa quartos no domingo e na quarta-feira, esses quartos devem ser Q2 e Q3; pois se Q1 fosse limpo na quarta-feira a sala teria que ser limpa no domingo. Pela restrição 5, João deve limpar dois quartos em dias consecutivos, e então Q1 teria que ser limpo na quinta-feira, mas esse é o dia de folga. Na alternativa (C), João limpa um quarto domingo (Q2 ou Q3) e a cozinha na segunda-feira. A regra 4 diz que a garagem deve ser limpa antes de quarta-feira e Deduzimos que ele deve limpar a sala no máximo na quarta-feira, colocando a limpeza da garagem na terça-feira e da*

sala na quarta-feira. Mas então a restrição 2 é novamente violada. A alternativa (D) pode ser verdadeira: se João limpa a garagem na segunda-feira e a sala na terça-feira, pode limpar a cozinha no domingo, Q3 na quarta-feira, Q1 na sexta-feira, Q2 no sábado e tirar folga na quinta-feira sem violar as restrições. A alternativa (E) não pode ser verdadeira: se João limpa a garagem na terça-feira e Q3 na quarta-feira, deve limpar a sala na segunda-feira (não pode no domingo, pois pela restrição 3 nesse caso deveria limpar Q1 na quarta-feira, que já está ocupada), de forma que pela restrição 3 limpa Q1 na quinta-feira. Como limpa a sala e a garagem em dias consecutivos, viola a restrição 2.

- (A) João limpa quartos domingo e segunda-feira.
- (B) João limpa quartos domingo e quarta-feira.
- (C) João limpa um quarto domingo e a cozinha segunda-feira.
- (D) João limpa a garagem na segunda-feira e a sala na terça-feira.
- (E) João limpa a garagem na terça-feira e o quarto 3 na quarta-feira.

**Questão 30.** Se João folga na terça-feira, qual poderia ser o dia em que ele limpa a cozinha?

*Questão anulada por formulação incorreta. Todos ganham o ponto correspondente.*

- (A) segunda-feira
- (B) quarta-feira
- (C) quinta-feira
- (D) sexta-feira
- (E) sábado

**Questão 31.** Se dois quartos são limpos domingo e sábado, então em qual dia João deve limpar a sala?

*Se dois quartos são limpos domingo e sábado, para obedecer a restrição 5 o outro quarto deve ser limpo ou segunda-feira ou sexta-feira. Se os dias consecutivos são domingo e segunda-feira, os quartos devem ser Q2 e Q3, pois Q1 deve ser limpo após a sala. Então G e S devem ser limpos na terça-feira e quarta-feira, em alguma ordem. Mas como são consecutivos a restrição 2 deveria ser obedecida, o que é impossível. Então os dias consecutivos em que quartos são limpos são sexta-feira e sábado, ou seja, Q1 deve ser limpo na sexta-feira ou no sábado, o que implica que a sala deve ser limpa na terça-feira ou quarta-feira. Se a sala for limpa da terça-feira, Q1 seria limpo no sábado. A garagem deve ser limpa antes de quarta-feira, portanto na segunda-feira. Mas nesse caso a sala e a garagem seriam limpas em dias consecutivos, e a restrição 2 deveria ser obedecida, mas isto é impossível. Então a sala deve ser limpa na quarta-feira. A ordem nesse caso poderia ser (Domingo:Q2), (segunda:G), (terça:C), (quarta:S), (quinta:F), (sexta:Q3), (sábado:Q1). Note que as posições de Q2 e Q3 podem ser invertidas. A alternativa correta é portanto (C).*

- (A) segunda-feira
- (B) terça-feira
- (C) quarta-feira
- (D) sexta-feira
- (E) sábado

**Questão 32.** Se João limpa a cozinha na terça-feira e não limpa nenhum quarto antes de quarta-feira então cada uma das alternativas seguintes é sempre falsa exceto:

*Devemos procurar uma alternativa que pode ser verdadeira. Pela restrição 1, o dia de folga é quinta-feira, de forma que a alternativa (E) é a correta. Mas vamos examinar também as outras alternativas. O enunciado informa que o mais cedo que um quarto pode ser limpo é quarta-feira. Na verdade, um dos quartos deve ser limpo na quarta-feira, pois na quinta-feira é dia de folga. Na alternativa (D) Q3 é limpo na quarta-feira. Então Q1 seria limpo na sexta-feira ou no sábado, mas isto não é possível, pois violaria a restrição 3, já que a sala teria que ser limpa na terça-feira ou quarta-feira, mas esses dias estão já tomados. Na alternativa (C), João limpa Q2 no sábado. Então Q1 é limpo na quarta-feira, e a sala deve ser limpa no domingo. Isto coloca G na segunda-feira, ou seja, consecutiva com a quarta, e novamente viola a restrição 2. Na alternativa (B) Q1 é limpo na sexta-feira, mas isto implicaria que a sala deveria ser limpa na terça-feira, o que é impossível pelo enunciado. Na alternativa (A) João limpa Q1 na quinta-feira. Isso obrigaria que nenhum cômodo fosse limpo no sábado ou no domingo, o que é impossível.*

- (A) João limpa o quarto 1 na quinta-feira.
- (B) João limpa o quarto 1 na sexta-feira.
- (C) João limpa o quarto 2 no sábado.
- (D) João limpa o quarto 3 na quarta-feira.
- (E) João tem folga na quinta-feira.

**Questão 33.** Se João limpa o quarto 2 no domingo, qual das seguintes alternativas é uma lista correta e completa dos dias em que João pode ter folga?

*Como vimos, quinta-feira é o único dia de folga possível.*

- (A) segunda-feira
- (B) segunda-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado
- (C) terça-feira, quarta-feira
- (D) terça-feira, quinta-feira
- (E) quinta-feira

**Questão 34.** Se João limpa o quarto 3 no domingo e quarto 1 no sábado, em quantos dias diferentes ele poderia limpar o quarto 2?

*O enunciado indica que Q3 é limpo no domingo e Q1 no sábado. Pela restrição 5, Q2 deve ser limpo na segunda-feira ou na sexta-feira. Se for na segunda-feira, G deve ser limpo na terça-feira pois na quarta-feira S deve ser limpa. Isso coloca G e S em dias consecutivos e viola a restrição 2. Se for na sexta-feira, G pode ser na segunda-feira, C na terça-feira e S na quarta-feira, com F na quinta-feira. A alternativa correta é (A).*

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

## Votação no Grêmio Escolar

A diretoria do Grêmio Escolar tem cinco membros, Q, R, S, T e U, e deve se reunir para votar uma proposta importante. Cada um dos cinco membros deve votar contra ou a favor da proposta. Se e apenas se a proposta não for aceita durante a reunião inicial mas receber ao menos um voto a favor, então a diretoria se reunirá novamente e votará mais uma vez a proposta. A proposta será aceita se três ou mais membros votarem a favor durante a reunião inicial ou a segunda reunião. Apenas uma votação acontecerá em cada uma das reuniões, e as seguintes restrições devem ser obedecidas:

1. Se Q votar a favor da proposta em uma das reuniões, então a maioria dos membros vota a favor da proposta nessa reunião.
2. Se Q votar contra a proposta em uma das reuniões, então a maioria dos membros vota contra a proposta nessa reunião.
3. Se houver uma segunda reunião, então R vota da mesma maneira nas duas reuniões.
4. Se R e U votam da mesma maneira em uma reunião, então T também vota dessa mesma maneira nessa reunião.
5. O voto de S é sempre igual ao voto de U.
6. S vota contra a proposta na reunião inicial.

### Deduções

*Pelas restrições (5) e (6) U deve ser contra a proposta na reunião inicial. Pela restrição (4), se R e U votam da mesma maneira na reunião inicial (note que R teria que votar contra), então T também vota contra. Assim, S, U, R e T votariam contra na primeira reunião, e pela restrição (2) Q também deve votar contra. Nesse caso, como todos votam contra, não haveria a segunda reunião. Assim, se R vota contra na reunião inicial, não há a segunda reunião. E se há a segunda reunião então R vota a favor na reunião inicial.*

*No caso de haver a segunda reunião, pela restrição (3) R vota da mesma forma, ou seja, R vota a favor na segunda reunião. Outra dedução em relação à segunda reunião é que se Q vota a favor na reunião inicial então, pela regra 2 não há a segunda reunião. E se há a segunda reunião então Q vota contra na reunião inicial.*

**Questão 35.** Se R e U votam da mesma forma na reunião inicial, qual das alternativas seguintes é sempre verdadeira?

*Pelas deduções, se R e U votam da mesma maneira, então pelas restrições (3), (4) e (5) sabemos que R, T, S, U e Q votam contra, e a segunda reunião não ocorre. A alternativa correta é (E).*

- (A) Q vota a favor da proposta na reunião inicial.
- (B) Q e T não votam da mesma forma na reunião inicial.
- (C) T vota a favor da proposta na segunda reunião.
- (D) Pelo menos dois membros da diretoria votam a favor da proposta na segunda reunião.
- (E)\* A segunda reunião não acontece.

**Questão 36.** Se exatamente dois membros da diretoria votam a favor da proposta na reunião inicial e Q vota contra na segunda reunião, qual é o maior número possível de membros que poderiam votar a favor da proposta na segunda reunião?

*Se apenas dois membros votam a favor, então três votam contra, e sabemos que Q vota contra na reunião inicial (restrição 2), junto com S e U (restrição 5). Assim os dois votos a favor na reunião inicial são de R e T. Como o enunciado informa que Q vota contra na segunda reunião, e pela restrição (2) nesse caso o voto contra tem maioria. Assim, no máximo dois membros poderiam votar a favor na segunda reunião. A alternativa correta é (B).*

- (A) 1
- (B)\* 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

**Questão 37.** Qual dos seguintes membros vota a favor da proposta na segunda reunião, se esta ocorrer?

*Pelas deduções, para haver a segunda reunião R deve votar a favor na reunião inicial. E pela restrição (3), R deve votar a favor também na segunda reunião. Um exemplo de votação seria  
reunião inicial: (Q,S,U) contra e (R,T) a favor  
segunda reunião: (Q,S,T,U) contra e (R) a favor  
A alternativa correta é (B).*

- (A) Q
- (B)\* R
- (C) S
- (D) T
- (E) U

**Questão 38.** Se a proposta é aprovada na segunda reunião, então qual das seguintes alternativas é um par de membros que vota a favor da proposta na segunda reunião?

*Pela restrição (1) Q deve votar a favor na segunda reunião. Pelas deduções, para haver a segunda reunião R deve votar a favor na reunião inicial e pela restrição (3) R também vota a favor na segunda reunião. S e U podem votar contra ou a favor na segunda reunião. Se S e U votam a favor, então pela restrição (4) T vota a favor. Se S e U votam contra, T não pode votar contra porque o enunciado diz que a proposta foi aprovada. Então Q e T sempre devem votar a favor na segunda reunião, a alternativa correta é (B).*

- (A) Q e S
- (B)\* Q e T
- (C) R e S
- (D) T e U
- (E) S e U

**Questão 39.** Se na segunda reunião U vota a favor da proposta, qual das alternativas seguintes é uma lista correta e completa de membros da diretoria que também votam a favor na segunda reunião?

*Pelas deduções sabemos que nesse caso R vota a favor na segunda reunião. Pela restrição (3) S vota a favor, e pela restrição (4), T também vota a favor. Pela restrição (1) Q também vota a favor. A alternativa correta é (C).*

- (A) Q, R, S
- (B) Q, S
- (C)\* Q, R, S, T
- (D) Q, T
- (E) R, S, T

**Questão 40.** Se S vota a favor da proposta na segunda reunião, qual das alternativas seguintes é sempre falsa?

*Como há a segunda reunião, R vota a favor na reunião inicial e na segunda reunião, eliminando a alternativa (E). Como S vota a favor na segunda reunião, U também vota a favor (restrição 5), de forma que há maioria a favor (R,S,U), e assim como Q também vota a favor na segunda reunião, eliminando a alternativa (C). Na reunião inicial T pode votar a favor, com (Q,S,U) votando contra, eliminando a alternativa (A); T também pode votar contra na reunião inicial, deixando R como unico membro a votar a favor, de forma que a alternativa (B) também é eliminada. A alternativa correta é (D), pois Q deve votar contra na reunião inicial, já que há a segunda reunião; e Q não pode votar contra na segunda reunião, pois a maioria é a favor.*

- (A) T vota contra a proposta na reunião inicial.
- (B) T vota a favor da proposta na segunda reunião.
- (C) Q vota a favor da proposta na segunda reunião.
- (D)\* Q vota contra a proposta nas duas reuniões.
- (E) R vota a favor da proposta na segunda reunião.