Competidor(a): _____

Número de inscrição: _____–_____ *(opcional)*

OBI2018

Caderno de Soluções

Modalidade **Iniciação** • **Nível 2** • Fase **Nacional**

11 de agosto de 2018

A PROVA TEM DURAÇÃO DE **2** HORAS

Promoção:

Sociedade Brasileira de Computação

Apoio:

CNPq

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

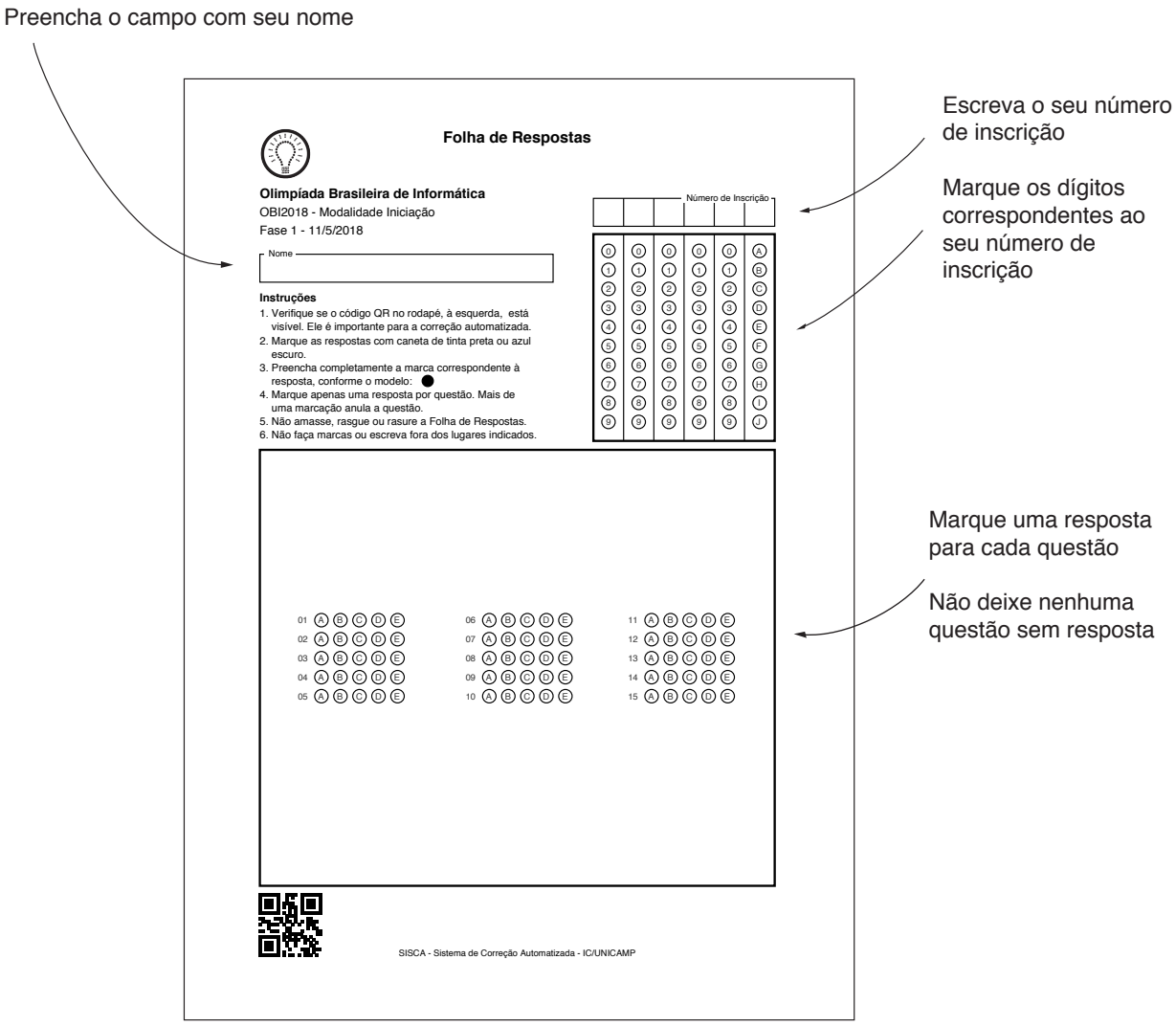
alurastart

v1.0

Instruções

LEIA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUÇÕES ANTES DE INICIAR A PROVA

- A prova deve ser feita individualmente.
- A duração da prova é de duas horas.
- É proibido consultar livros, anotações ou qualquer outro material durante a prova.
- Todas as questões têm o mesmo valor na correção.
- Este caderno contém 40 questões, em páginas numeradas de 1 a 21, sem contar a página de rosto. Verifique se o caderno está completo.
- Seu professor entregará para você uma Folha de Respostas como a mostrada abaixo, que deve ser preenchida e devolvida ao final da prova para correção.
- Se você tiver dificuldades no preenchimento da Folha da Respostas, peça ajuda ao seu professor, que poderá ajudá-lo(a) no preenchimento.
- Ao final da prova você pode levar este caderno para casa.



Troco de bits

No reino de Bitlândia há moedas de B$ 2 (dois bits), B$ 1 (um bit), B$ 0,50 (cinquenta centavos de bit), B$ 0,25 (vinte e cinco centavos de bit), B$ 0,10 (dez centavos de bit) e B$ 0,5 (cinco centavos de bit).

Errata *O valor da moeda de cinco centavos de bit saiu errado, 0,5 ao invés de 0,05. Uma errata foi enviada aos professores antes da prova, mas nem todos os competidores receberam a errada durante a prova. No entanto, apesar do erro, a resposta das questões não são afetadas, pois as questões envolvem o número de moedas usadas, e em nenhuma das questões é necessário utilizar uma moeda com o valor 0,05.*

Questão 1. Qual o menor número de moedas que um cliente pode usar para pagar uma mercadoria que custa B$ 5,35, usando apenas moedas?

(A) 4
(B) **5**
(C) 6
(D) 7
(E) 8

Solução *Para solucionar esta questão a estratégia é "gulosa": enquanto não completar o valor, escolha sempre a moeda de maior valor possível. Para completar o valor B$ 5,35 usamos então as moedas* $2 + 2 + 1 + 0,25 + 0,10$*, ou seja, cinco moedas. Não é possível utilizar um número menor de moedas. A alternativa correta é (B).*

Questão 2. Qual o menor número de moedas que um comerciante pode dar como troco, usando apenas moedas, para um cliente que pagou com cinco moedas de B$ 2 uma mercadoria que custa B$ 8,05?

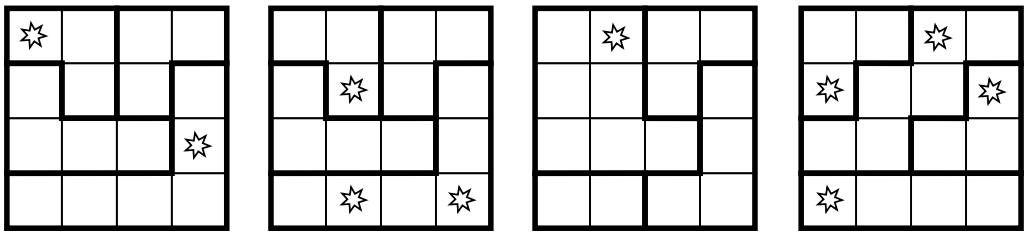
(A) 3
(B) 4
(C) **5**
(D) 6
(E) 7

Solução *Novamente, a solucão para esta questão é "gulosa": enquanto não completar o valor, escolha sempre a moeda de maior valor possível.*

Como o cliente pagou B$ 10,00 e a mercadoria custa B$ 8,05 o comerciante deve dar B$ 1,95 de troco. Usando a estratégia gulosa, para completar B$ 1,95 usamos as moedas de valores $1,00 + 0,50 + 0,25 + 0,10 + 0,10 = 1,95$*. Não é possível utilizar um número menor de moedas. A resposta correta é cinco moedas, alternativa (C).*

Duas Estrelas

Carolina está tentando bolar quebra-cabeças do tipo "duas estrelas", nos quais é preciso colocar, num reticulado dividido em regiões, exatamente duas estrelas em cada linha, cada coluna e cada região. A figura mostra quatro quebra-cabeças, todos divididos em quatro regiões, onde Carolina já colocou algumas estrelas.



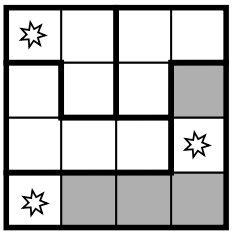
Questão 3. O número de formas distintas de completar os quatro quebra-cabeças corretamente é, respectivamente:

(A) 1,2,0,4
(B) 0,1,3,2
(C) 0,2,1,2
(D) 2,1,1,1
(E) 0,1,1,2

Solução

Para resolver essa questão, precisamos ir testando todas as possibilidades para colocar a próxima estrela de acordo com as regras, até completar exatamente duas estrelas em cada linha, coluna e região. Essa busca será muito facilitada se, antes de testar a próxima estrela, nós eliminarmos as posições onde não é possível mais colocar uma estrela. Além dessa busca, que é chamada de "backtracking" em algoritmos, podemos fazer passos diretos de dedução. Por exemplo, para o primeiro quebra-cabeças (mais a esquerda), podemos resolver das duas formas:

- *"Backtracking": testamos colocar uma estrela na linha 4, coluna 1. Agora, como a região onde esta estrela foi colocada já tem duas estrelas, então todas as demais posições da região seriam eliminadas, como na figura abaixo.*

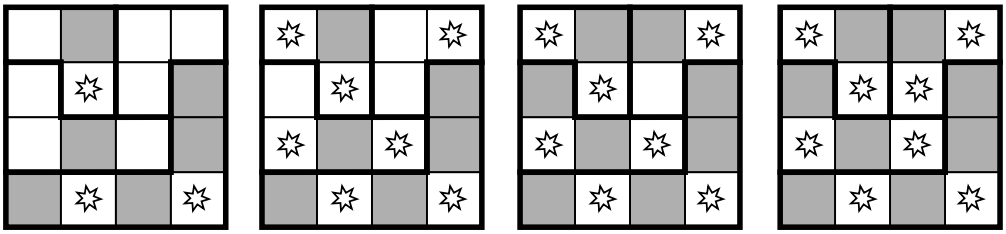


Mas, nesse caso, não seria possível colocar duas estrelas na linha 4 e, portanto, concluímos que não é possível colocar uma estrela na linha 4, coluna 1. Veja que esse racioncínio vai ser o mesmo se tentarmos colocar uma estrela em qualquer posição na linha 4. Portanto, o primeiro quebra-cabeças possui zero formas de ser completado!

- *Dedução: A linha quatro possui atualmente zero estrelas, mas precisa ter duas. Mas, se colocarmos duas estrelas na linha quatro, em qualquer posição, a região na qual a linha quatro está contida ficará com três estrelas. Portanto, não é possível completar o quebra-cabeças!*

Assim, as alternativas A e D ficam eliminadas, pois há zero formas de completar o primeiro quebra-cabeças. Usando esses métodos, podemos ver que há somente uma forma de completar o segundo e o terceiro quebra-cabeças, portanto as alternativas B e C são eliminadas e a resposta correta é a alternativa E.

Por exemplo, a figura abaixo mostra as posições eliminadas para o segundo quebra-cabeças, que forçam a colocação de quatro novas estrelas, que eliminam novas posições, que forçam a colocação da última estrela. Dessa forma, o segundo quebra-cabeças tem apenas uma forma de ser completado.



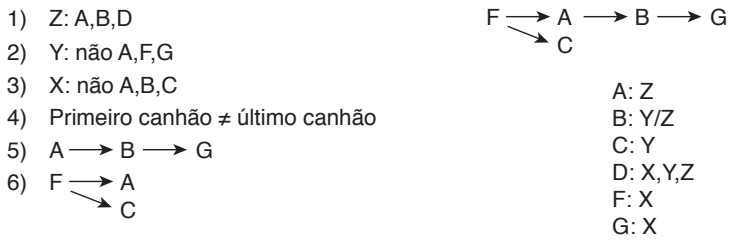
posicoes eliminadas novas estrelas posicoes eliminadas novas estrelas

Circo

Em um circo, seis audaciosos palhaços – Atchim, Bozo, Cacau, Dumdum, Fubá e Guizin – serão lançados por tiros de três canhões – X, Y e Z. Eles serão lançados um de cada vez, e cada palhaço será lançado uma única vez. A ordem em que os palhaços serão lançados obedece às seguintes restrições:

1. O canhão Z pode lançar somente Atchim, Bozo e Dumdum.
2. O canhão Y não pode lançar Atchim, Fubá e Guizin.
3. O canhão X não pode lançar Atchim, Bozo e Cacau.
4. O canhão que lança o primeiro palhaço não pode ser o mesmo canhão que lança o último palhaço.
5. Bozo deve ser lançado em algum momento antes de Guizin mas em algum momento após Atchim.
6. Fubá deve ser lançado em algum momento antes de Atchim e antes de Cacau.

Deduções *As restrições de sequência podem ser resumidas no diagrama abaixo.*



Atchim só pode ser lançado pelo canhão Z. Fubá e Guizim só podem ser lançados pelo canhão X. Cacau só pode ser lançado pelo canhão Y. Após Fubá ser lançado, devem ser lançados outros quatro palhaços; assim, Fubá deve ser o primeiro ou o segundo palhaço lançado.

Questão 4. Qual das alternativas seguintes é uma ordem possível para os lançamentos, do primeiro ao último?

(A) Fubá, Atchim, Bozo, Dumdum, Cacau, Guizin
(B) Dumdum, Fubá, Guizin, Cacau, Atchim, Bozo
(C) **Fubá, Dumdum, Atchim, Bozo, Guizin, Cacau**
(D) Dumdum, Cacau, Fubá, Atchim, Bozo, Guizin
(E) Fubá, Bozo, Atchim, Guizin, Cacau, Dumdum

Solução *Para resolver esta questão, basta verificar as alternativas, para encontrar uma que não viole as restrições estabelecidas.*

- (A) viola a restrição de primeiro e último canhão (canhão X).
- (B) viola a restrição 5.
- (C) não viola nenhuma restrição, é a alternativa correta.
- (D) viola a restrição 6.
- (E) viola a restrição 5.

Questão 5. Qual das seguintes alternativas é uma lista completa e correta dos palhaços que poderiam ser lançados pelo último tiro de canhão?

(A) Atchim, Cacau, Dumdum
(B) Atchim, Bozo, Guizin
(C) Dumdum, Bozo, Guizin
(D) Cacau, Bozo, Guizin
(E) **Cacau, Dumdum, Guizin**

Solução *No último tiro podem ser lançados, pelas restrições de sequência, Cacau e Guizim. Dumdum não tem restrição de sequência e também pode ser lançado por último. A alternativa correta é portanto (E).*

Questão 6. Se o primeiro tiro de canhão lança Dumdum, qual das seguintes alternativas não pode ser falsa?

(A) **Fubá é lançado no segundo tiro.**
(B) Fubá é lançado no terceiro tiro.
(C) Bozo é lançado no quarto tiro.
(D) Dumdum é lançado pelo canhão X.
(E) Dumdum é lançado pelo canhão Y.

Solução *A questão pergunta qual a alternativa que não pode ser falsa, o que é o mesmo que perguntar qual alternativa é sempre verdadeira. Se Dumdum é o primeiro, pelas deduções Fubá deve ser o segundo palhaço a ser lançado. A alternativa (B) é falsa. A alternativas (C), (D) e (E) não são sempre verdadeiras. A alternativa correta é a (A).*

Questão 7. Cada uma das alternativas seguintes poderia ser falsa exceto:

(A) Dumdum é lançado pelo canhão X.
(B) Bozo é lançado pelo canhão Z.
(C) Dumdum é lançado pelo canhão Z.
(D) **Cacau é lançado pelo canhão Y.**
(E) Atchim é lançado pelo canhão X.

Solução *Não poder ser falsa equivale a ser sempre verdadeira. Observando as deduções, a única alternativa que é sempre verdadeira é (D).*

Questão 8. Qual das seguintes alternativas não pode ser uma ordem em que os palhaços são lançados, do primeiro para o último:

(A) Dumdum, Fubá, Atchim, Bozo, Guizin, Cacau
(B) Dumdum, Fubá, Atchim, Cacau, Bozo, Guizin
(C) **Fubá, Cacau, Atchim, Bozo, Dumdum, Guizin**
(D) Fubá, Dumdum, Atchim, Bozo, Guizin, Cacau
(E) Fubá, Atchim, Bozo, Cacau, Guizin, Dumdum

Solução *Todas as alternativas exceto (C) respeitam todas as restrições. A alternativa (C) viola a restrição de primeiro e último canhão e é a correta.*

Questão 9. Se Fubá é o primeiro palhaço lançado, qual das seguintes alternativas poderia ser a lista dos três palhaços lançados na sequência, um em seguida ao outro?

(A) Dumdum, Bozo e Guizin
(B) **Dumdum, Atchim e Bozo**
(C) Dumdum, Cacau e Atchim
(D) Cacau, Guizin e Atchim
(E) Cacau, Dumdum e Atchim

Solução *Se Fubá é o primeiro, os outros devem seguir as regras de sequência, com Dumdum podendo ser lançado em qualquer ordem, pois não tem restrições de sequência. As alternativas (A) e (D) violam a restrição 5. A alternativa C implica que a ordem de lançamento é* `F D C A B G`*, que viola a regra de primeiro e último canhões. A alternativa E implica que a ordem de lançamento é* `F C D A B G`*, que também viola a regra de primeiro e último canhões. A alternativa (B) não viola nenhuma restrição e é a alternativa correta.*

Gavetas

Nas provas da OBI não é permitido ficar com o telefone celular durante o exame. Quatro meninos – Fábio, João, Mário e Pedro – e três meninas – Nina, Rita e Tina – esqueceram-se dessa regra e estão com celulares que precisam ser guardados durante a prova. Para guardar os celulares o professor vai usar cinco gavetas que existem na mesa que está na sala de exame. As gavetas são numeradas de 1 a 5, em sequência. As seguintes condições serão obedecidas:

1. Cada gaveta deve ser usada por uma ou duas crianças e cada criança deve usar apenas uma gaveta.
2. Cada gaveta que é compartilhada por mais de uma criança deve ser usada por um menino e uma menina (*compartilhar* significa dividir o uso com alguém).
3. João deve compartilhar uma gaveta, mas Rita não deve compartilhar uma gaveta.
4. A gaveta de Nina não deve ser adjacente (ou seja, vizinha) à gaveta de Tina.
5. Fábio deve usar a gaveta 3.

Deduções *São sete crianças e cinco gavetas, portanto deve haver duas gavetas que são compartilhadas e três gavetas que não são compartilhadas. Como Rita não deve compartilhar uma gaveta, e as gavetas devem ser compartilhadas por um menino e uma menina, Nina e Tina devem ambas compartilhar gavetas com meninos. E como as gavetas de Nina e Tina não devem ser compartilhadas, sabemos que as gavetas compartilhadas não podem ser vizinhas entre si.*

Questão 10. Qual das seguintes é uma lista completa e correta das crianças que certamente estão entre as que vão compartilhar uma gaveta?

(A) Fábio, João
(B) João, Pedro
(C) João, Mário, Pedro
(D) João, Mário, Tina
(E) **João, Nina, Tina**

Solução *João, Nina e Tina certamente devem compartilhar uma gaveta, pelas restrições. Outros meninos podem compartilhar uma gaveta, mas não necessariamente. A única alternativa que inclui João, Nina e Tina é (E), e esta é a alternativa correta.*

Questão 11. Se Tina usa a gaveta 3 e apenas Mário usa a gaveta 1, então qual das alternativas é sempre verdadeira?

(A) João usa a gaveta 4.
(B) **João usa a gaveta 5.**
(C) Pedro usa a gaveta 2.
(D) Rita usa a gaveta 2.
(E) Rita usa a gaveta 5.

Solução *Se Tina usa a gaveta 3, ela compartilha essa gaveta com Fábio.*

```
-----  -----  -----  -----  -----
  M            F,T
-----  -----  -----  -----  -----
  1      2      3      4      5
```

Além disso, sabemos que Nina não ocupa as gavetas 2 ou 4. Como João deve compartilhar uma gaveta, ele também não pode usar as gavetas 2 ou 4, pois como deduzimos gavetas compartilhadas não podem ser vizinhas entre si. Então João deve usar a gaveta 5 com Nina. Rita ou Pedro podem usar as gavetas 2 ou 4.

```
-----  -----  -----  -----  -----
  M     R/P    F,T    P/R    J,N
-----  -----  -----  -----  -----
  1      2      3      4      5
```

A alternativa (B) é sempre verdadeira, portanto é a alternativa correta. As outras alternativas ou são falsas ou não são sempre verdadeiras.

Questão 12. Se quatro meninos usam gavetas numeradas em sequência e João usa a gaveta 5, então qual das seguintes alternativas é uma lista completa e correta das gavetas que não podem ser compartilhadas?

(A) Gaveta 2
(B) Gaveta 4
(C) Gaveta 1, gaveta 2
(D) **Gaveta 1, gaveta 4**
(E) Gaveta 2 ,gaveta 4

Solução *Como Fábio e João ocupam respectivamente as gavetas 3 e 5, e Rita não compartilha uma gaveta, para que quatro meninos usem gavetas numeradas em sequência Rita deve usar a gaveta 1, e a sequência de gavetas ocupada por meninos é 2,3,4 e 5.*

```
-----  -----  -----  -----  -----
  R            F            J,?
-----  -----  -----  -----  -----
  1      2      3      4      5
```

A gaveta 1 não é compartilhada por Rita. Como gavetas compartilhadas não podem ser vizinhas, e a gaveta 5 é compartilhada pois é ocupada por João, a gaveta 4 não pode ser compartilhada. As gavetas compartilhadas podem ser (2,5) ou (3,5). Assim, as gavetas que não podem ser compartilhadas são (1,4) de modo que a alternativa correta é (D).

Questão 13. Considerando que a gaveta que Rita usa esteja definida, qual é o número máximo de gavetas que poderiam ser a gaveta que João vai usar?

(A) uma
(B) duas
(C) **três**
(D) quatro
(E) cinco

Solução *Em questões envolvendo número máximo, uma boa estratégia é verificar as alternativas em ordem, iniciando pelo maior valor. É possível que o número máximo de gavetas que João pode usar seja cinco? Não, pois Rita ocupa uma gaveta que não é compartilhada, de modo que sobram no máximo quatro gavetas que João pode usar; dessa*

forma descartamos a alternativa (E). É possível que o número máximo de gavetas que João pode usar seja quatro? Novamente não, pois também sabemos que uma das outras gavetas é ocupada por Fábio, que por ser menino não pode compartilhar sua gaveta com outro menino; descartamos a alternativa (D).

Suponha agora que Raquel use a gaveta 1. Nesse caso João pode usar a gaveta 2 (desde que a outra gaveta compartilhada seja 4 ou 5) ou a gaveta 4 (desde que a outra gaveta compartilhada seja 2) ou a gaveta 5 (desde que a outra gaveta compartilhada seja 2 ou 3). Essa configuração dá três escolhas para a gaveta que João vai usar, e então a alternativa (C) está correta.

Questão 14. Se as primeiras três gavetas são usadas por meninas, qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) **João usa a gaveta 1.**
(B) Nina usa a gaveta 3.
(C) Tina usa a gaveta 1.
(D) João usa a mesma gaveta que Tina.
(E) Pedro usa a mesma gaveta que Tina.

Solução *Sabemos que Nina e Tina devem compartilhar gavetas, e gavetas compartilhadas não podem ser vizinhas entre si, então Rita deve usar a gaveta 2, de modo que Fabio compartilha a gaveta 3. Como João deve compartilhar uma gaveta, essa gaveta tem que ser a 1.*

```
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
 N/T,J        R        T/N,F
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
    1          2          3          4          5
```

A alternativa (A) é a correta. Todas as outras são ou falsas ou nem sempre verdadeiras.

Questão 15. Se a gaveta 1 é usada por um menino, a gaveta 2 também é usada por um menino, e ambas as gavetas 1 e 2 não são compartilhadas, então a gaveta 4 deve ser usada por quem?

(A) João
(B) Pedro
(C) **Rita**
(D) João e Nina
(E) Mário e Tina

Solução *Como as gavetas 1 e 2 não são compartilhaas, as gavetas compartilhadas devem ser 3 e 5, pois não podem ser vizinhas. E como as gavetas 1 e 2 são usadas por meninos, e Rita não compartilha gaveta, ela deve usar a gaveta 4. A alternativa (C) é a correta.*

```
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
    ?          ?        T/N,?        R        N/T,?
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
    1          2          3          4          5
```

Torneio

Seis jogadores – A, B, C, D, E e F estão participando do Torneio Estadual de Jogos de Baralho. O Torneio é realizado em dois turnos. Os jogadores disputam o torneio em times formados por um par de jogadores, sendo que os mesmos times disputam os dois turnos. Nenhum jogador está em mais de um time. Em cada turno, cada time deve ocupar exatamente uma mesa, entre as mesas 1, 2 e 3. As seguintes restrições adicionais devem ser obedecidas:

1. Nenhum time ocupa a mesma mesa nos dois turnos.
2. B e C não podem estar no mesmo time.
3. D e F estão no mesmo time.
4. Se E ocupa a mesa 3 em algum turno, então seu parceiro no time deve ser B.
5. A ocupa a mesa 1 no segundo turno.

Deduções

Como D e F devem estar no mesmo time, temos que decidir quem pode estar nos outros dois times. A escolha é limitada pela restrição 2, e qualquer configuração que inclua B e C no mesmo time não é correta. Se A e E estivessem no mesmo time B e C teriam que estar num mesmo time, portanto A não pode estar no mesmo time que E. Portanto A tem que formar um time ou com B ou com C. As restrições colocam A na mesa 1 no segundo turno, portanto ou B ou C deve estar na mesa 1 no segundo turno. Pela regra 4, se E ocupa a mesa 3, sabemos que o parceiro de A no time é C. Também podemos deduzir que se o parceiro de A é B, então o time (E, C) não pode ocupar a mesa 3. A regra 5 indica que o time de A (que pode incluir B ou C) tem que ocupar as mesas 2 ou 3 no segundo turno.

Os times possíveis são portanto: D junto com F, A junto com B ou C, e E junto com B ou C.

Questão 16. Qual das seguintes alternativas poderia ser a ocupação das mesas no primeiro turno?

(A) Mesa 1: A,C; mesa 2: E,B; mesa 3: D,F
(B) Mesa 1: B,E; mesa 2: D,C; mesa 3: A,F
(C) **Mesa 1: C,E; mesa 2: A,B; mesa 3: D,F**
(D) Mesa 1: D,F; mesa 2: A,E; mesa 3: B,C
(E) Mesa 1: D,F; mesa 2: A,B; mesa 3: C,E

Solução

Para resolver esta questão, basta verificar as alternativas, para encontrar uma que não viole as restrições estabelecidas.

- (A) viola a restrição 5.
- (B) viola a restrição 3.
- (C) não viola nenhuma restrição, é a alternativa correta.
- (D) viola a restrição 2.
- (E) viola a restrição 4.

Questão 17. Se B ocupa a mesa 1 no primeiro turno, então seu parceiro no time deve ser:

(A) A
(B) C
(C) D
(D) **E**
(E) F

Solução

Se B ocupa a mesa 1 no primeiro turno, A não é o seu parceiro, pois A não pode ocupar essa mesa no primeiro turno. Sabemos portanto que os times são (D,F), (A,C) e (B,E). A alternativa correta é (D).

Questão 18. Qual das seguintes alternativas é sempre falsa?

(A) A não ocupa a mesa 3 em nenhum turno.
(B) **A e E são do mesmo time.**
(C) B e E são do mesmo time.
(D) D ocupa a mesa 2 no primeiro turno.
(E) F ocupa a mesa 2 no segundo turno.

Solução

Já vimos que A não pode ter como parceiro E. Portanto a alternativa (B) é sempre falsa, e esta é a alternativa correta. Todas as outras alternativas podem ser verdadeiras em alguma configuração correta segundo as restrições.

Questão 19. Se A e B são do mesmo time, qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) **A e B ocupam a mesa 3 no primeiro turno.**
(B) C e E ocupam a mesa 2 no primeiro turno.
(C) C e E ocupam a mesa 3 no segundo turno.
(D) D e F ocupam a mesa 1 no primeiro turno.
(E) D e F ocupam a mesa 2 no segundo turno.

Solução

Se A está no mesmo time que B, os times são (A,B), (C,E) e (D,F); também sabemos que (A,B) não podem ocupar a mesa 1 no primeiro turno. Além disso, como B não é o parceiro de E, o time (C,E) não pode ocupar a mesa 3 em nenhum dos turnos, o que obriga (D,E) ocupar as mesas 1 e 2; como (A,B) ocupam a mesa 1 no segundo turno, (D,E) deve ocupar a mesa 1 no primeiro tuno e a mesa 2 no segundo turno. Isso obriga (A,B) a usarem a mesa 1 no primeiro turno, de forma que a alternativa (A) é sempre verdadeira, e ela é a alternativa correta. Todas as outras alternativas ou são falsas ou não sempre verdadeiras.

Questão 20. Se E ocupa a mesa 2 no primeiro turno, qual das seguintes alternativas é uma lista completa e correta dos jogadores que poderiam ser parceiros de E no time?

(A) A, B
(B) A, B, C
(C) A, C
(D) **B**
(E) B, C

Solução

Como deduzido, a possibilidade de formação de times é: (D,F), A com B ou C, e E com C ou B.O enunciado informa que E ocupa a mesa 2 no primeiro turno. Então, no segundo turno, E deve ocupar a mesa 3, pois a mesa 1 do segundo turno é ocupada por A. Assim, pela restrição 4, E deve ter como parceiro B. A alternativa correta é portanto (D).

Questão 21. Se E ocupa a mesa 3 no primeiro turno, então qual das seguintes alternativas é um par de jogadores que poderiam ocupar a mesa 3 no segundo turno?

(A) A e B
(B) A e C
(C) B e D
(D) B e E
(E) **D e F**

Solução

Se E ocupa a mesa 3, sabemos que seu parceiro é B. Então os times são (A,C), (B,E) e (D,F), com (A,C) ocupando a mesa 2 no primeiro turno e a mesa 1 no segundo turno, (B,E) ocupando a mesa 3 no primeiro turno e a mesa 2 no segundo turno, e (D,F) ocupando a mesa 1 no primeiro turno e a mesa 3 no segundo turno. Portanto a alternativa correta é (E).

Questão 22. Se E e C são do mesmo time, então qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) A ocupa a mesa 2 no primeiro turno.
(B) **D ocupa a mesa 3 no segundo turno.**
(C) C ocupa a mesa 2 no primeiro turno.
(D) F ocupa a mesa 3 no primeiro turno.
(E) B ocupa a mesa 1 no primeiro turno.

Solução

Se um time é (E,C), então os outros times são (A,B) e (D,F), e o time (E,C) não pode ocupar a mesa 3. Como o time (A,B) ocupa a mesa 1 no segundo turno, (E,C) tem que ocupar a mesa 1 no primeiro turno e a mesa 2 no segundo turno. O time (D,F) então tem que ocupar a mesa 3 no segundo turno, obrigatoriamente, já que a mesa 1 do segundo turno está ocupada pelo time (A,B); assim, no primeiro turno (D,F) tem que ocupar a mesa 2. Isso completa a configuração nesse caso:

Primeiro turno: Mesa 1: (E,C); mesa 2: (D,F); mesa 3: (A,B)
Segundo turno: Mesa 1: (A,B); mesa 2: (E,C); mesa 3: (D,F)

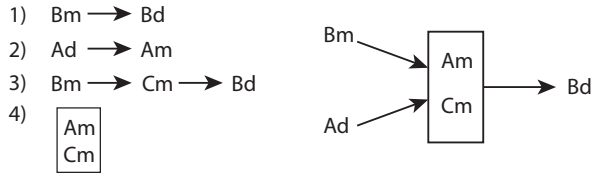
A alternativa correta é a (B).

Médico e dentista

No período de cinco meses, de janeiro a maio, cada um de três irmãos – Aldo, Beto e Chico – vai ao médico exatamente uma vez. Cada irmão vai também ao dentista exatamente uma vez nesse período. As seguintes condições devem ser obedecidas:

1. Beto vai ao médico em algum mês anterior ao mês em que vai ao dentista.
2. Aldo vai ao dentista em algum mês anterior ao mês em que vai ao médico.
3. Chico vai ao médico em algum mês anterior ao mês em que Beto visita o dentista e em algum mês após o mês em que Beto vai ao médico.
4. Aldo vai ao médico no mesmo mês em que Chico vai ao médico.
5. Qualquer irmão que visite o médico em abril não pode ir ao dentista em abril.

Deduções *As restrições de sequência podem ser resumidas no diagrama abaixo.*



Sabemos que deve haver pelo menos dois meses após Bm e Ad. Também, o bloco (Am,Cm) não pode ser no último mês, nem no primeiro mês. Além disso, Bd deve ter pelo menos dois meses anteriores, portanto Bd deve ser em março, abril ou maio.

A seguinte tabela mostra as restrições das visitas dos irmãos ao médico e dentista:

```
Médico:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
 não A                                       não A
                                 não B       não B
 não C                                       não C
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai

Dentista:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
                                 não A       não A
  não B      não B
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai
```

Questão 23. Qual das seguintes alternativas poderia ser uma lista correta dos meses em que os irmãos vão ao médico?

(A) Janeiro: Aldo, Beto, Chico
(B) Fevereiro: Aldo, Chico; março: Chico
(C) Março: Aldo, Chico; abril: Beto
(D) **Janeiro: Beto; março: Aldo, Chico**
(E) Abril: Aldo, Chico; maio: Beto

Solução *Para resolver esta questão, basta verificar as alternativas, para encontrar uma que não viole as restrições estabelecidas.*

- (A) viola a restrição 2.
- (B) viola a restrição de que Chico não vai mais de uma vez ao médico.
- (C) viola a restrição 3.
- (D) não viola nenhuma restrição, é a alternativa correta.
- (E) viola a restrição 3.

Questão 24. Se Beto vai ao médico in março, qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) Chico vai ao dentista em maio.
(B) **Beto vai ao dentista em maio.**
(C) Chico vai ao médico em março.
(D) Aldo vai ao dentista em março.
(E) Aldo vai ao dentista em fevereiro.

Solução *Se Beto vai ao médico em março, Aldo e Chico vão ao médico abril, e Beto vai ao dentista em maio (Chico não pode ir ao médico em maio, pois deve ir no mês anterior ao mês que Beto vai ao dentista). Aldo pode ir ao dentista em janeiro, fevereiro o março. A alternativa correta é (B).*

```
Médico:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
                         B
                                     A
                                     C
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai

Dentista:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
                                                 B
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai
```

Questão 25. Qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) Nem Chico nem Beto vão ao dentista em fevereiro.
(B) **Nem Chico nem Aldo vão ao médico em janeiro.**
(C) Nem Beto nem Aldo vão ao dentista em março.
(D) Nem Beto nem Chico vão ao médico em abril.
(E) Nem Aldo nem Chico vão ao dentista em abril.

Solução *Consultando a tabela de restrições, vemos que a única alternativa que é sempre verdadeira é a (B).*

```
Médico:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
 não A                                        não A
                                   não B      não B
 não C                                        não C
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai

Dentista:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
                                   não A      não A
```

```
 não B      não B
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai
```

Questão 26. Se Chico vai ao médico em algum mês anterior ao mês em que vai ao dentista, e ele vai ao dentista em abril, então qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

(A) **Beto vai ao dentista no mesmo mês em que Chico vai ao dentista.**
(B) Aldo vai ao médico no mesmo mês em que Beto vai ao dentista.
(C) Chico vai ao dentista em algum mês anterior ao mês em que Aldo vai ao médico.
(D) Chico vai ao dentista em algum mês anterior ao mês em que Aldo vai ao dentista.
(E) Beto vai ao dentista em algum mês anterior ao mês em que Aldo vai ao médico.

Solução *Nesse caso, Aldo e Chico vão ao médico em março ou fevereiro. A alternativa (B) não é possível porque viola as nossas deduções das restrições: Aldo vai ao médico no mês anterior ao qual Beto vai ao dentista. A alternativa (C) é falsa, pois Chico vai ao dentista em abril, e Aldo e Chico vão ao médico em março ou fevereiro. A alternativa (D) também é falsa, Chico vai ao dentista em abril, e Aldo vai ao dentista antes de ir ao médico. A alternativa (E) também é falsa, Beto vai ao dentista após Aldo ir ao médico. A única alternativa que pode ser verdadeira é (A): Beto pode ir ao dentista em abril ou maio.*

Questão 27. Todas as alternativas seguintes poderiam ser falsas exceto:

(A) Pelo menos um irmão vai ao dentista em fevereiro.
(B) Pelo menos um irmão vai ao dentista em maio.
(C) Pelo menos dois irmãos vão ao dentista em algum mês após março.
(D) **Nenhum dos irmãos vai ao médico em maio.**
(E) Nenhum dos irmãos vai ao médico em janeiro.

Solução *A questão pergunta por uma alternativa que poderia ser falsa EXCETO, o que é o mesmo que perguntar por uma alternativa que é sempre verdadeira. Examinando as alternativas e a tabela de restrições vemos que a única que é sempre verdadeira é a alternativa (D).*

Questão 28. Qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

(A) Aldo vai ao dentista em abril.
(B) Beto vai ao dentista em fevereiro.
(C) **Exatamente dois irmãos vão ao dentista em março.**
(D) Exatamente dois irmãos vão ao médico em janeiro.
(E) Exatamente dois irmãos vão ao médico em maio.

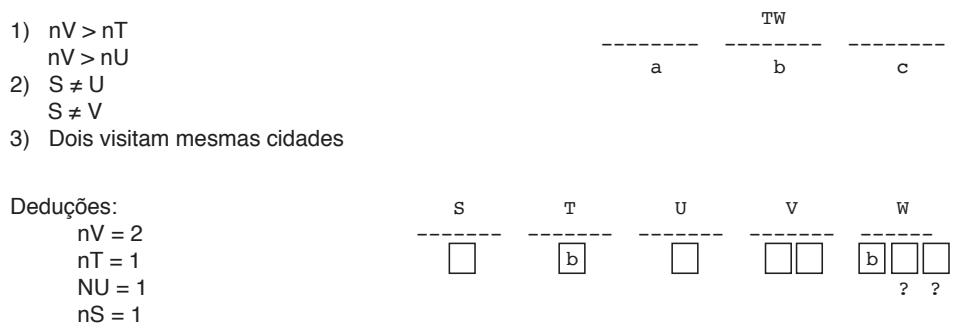
Solução *Novamente podemos consultar a tabela de restrições ao examinar as alternativas. A única alternativa que poderia ser verdadeira é (C).*

Férias na praia

Cinco amigos – Saulo, Tina, Úrsula, Vera e Wilson – vão passar as férias de verão em uma ou mais cidades de praia, entre exatamente três cidades: Abrolhos, Búzios e Canoas. Eles não vão a nenhum outro lugar além dessas cidades nas férias. As seguintes restrições devem ser obedecidas:

1. Vera vai a mais cidades do que Tina vai ou que Úrsula vai.
2. Saulo não vai a cidades que Úrsula vai ou que Vera vai.
3. Há exatamente dois amigos que vão para exatamente a mesma cidade, ou para exatamente as mesmas cidades se eles vão a mais de uma cidade.
4. Ambos Tina e Wilson vão a Búzios.

Deduções *As restrições podem ser resumidas no diagrama abaixo.*



Como Vera não pode ir à mesma cidade que Saulo, ela pode ir no máximo a duas cidades – e para isso Saulo deve ir a apenas uma cidade. Como Vera vai a mais cidades do que Tina ou Úrsula, então Vera vai a duas cidades e Tina, Úrsula e Saulo vão a apenas uma cidade cada. Wilson não tem restrições e pode ir a qualquer cidade além de Búzios, desde que a restrição 3 seja obedecida.

Questão 29. Se Saulo não vai a Búzios, então qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) Vera vai a Abrolhos.
(B) Wilson vai a Canoas.
(C) **Vera vai a Búzios.**
(D) Saulo vai a Abrolhos.
(E) Úrsula vai a Canoas.

Solução *Vamos examinar a situação com um diagrama que mostra as possibilidades de cidades para cada amigo. Vera deve visitar duas cidades, e não pode visitar a cidade que Saulo visita. Como Saulo não visita Búzios, então obrigatoriamente uma das cidades que Vera visita é Búzios.*

S	T	U	V	W
a/c	b	c/a	b c/a	abc

Usando o diagrama vemos que a única alternativa que é sempre verdadeira é (C).

Questão 30. Qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

(A) Vera vai a três cidades.
(B) Vera vai a apenas uma cidade.
(C) **Wilson vai a duas cidades.**
(D) Saulo vai a duas cidades.
(E) Tina vai a três cidades.

Solução *Vamos analisar cada alternativa. A alternativa (A) não pode ser verdadeira pois violaria a restrição 2. A alternativa (B) não pode ser verdadeira porque violaria a restrição 1. A alternativa (D) não pode ser verdadeira porque também implicaria na violação da restrição 1, e a alternativa (E) não pode ser verdadeira porque também violaria a restrição 1. A única alternativa que não viola nenhuma restrição é (C), e é a correta, como ilustra o exemplo de configuração abaixo.*

```
   VW        TWS       VU
-------- -------- --------
    a         b         c
```

Questão 31. Se exatamente três dos amigos vão a Canoas, então qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

(A) Úrsula vai a Búzios.
(B) **Wilson vai a Abrolhos.**
(C) Wilson não vai a Canoas.
(D) Saulo vai a Canoas.
(E) Vera não vai a Canoas.

Solução *Se três amigos vão a Canoas, Saulo não pode ser um dos três: se Saulo fosse a Canoas, Vera e Úrsula não vão a Canoas pela restrição 1, e pelas deduções Tina não pode ir a Canoas (vai apenas a uma cidade), de forma que junto com Saulo somente Wilson poderia ir a Canoas. Os três amigos devem ser então Vera, Úrsula e Wilson. Isso elimina as alternativas (C), (D) e (E).*

A alternativa (A) também é falsa: como Úrsula é uma das três que vai a Canoas, ela não pode ir a Búzios porque pelas deduções vai a apenas uma cidade. Resta a alternativa (B), que é correta, como mostra a configuração abaixo.

```
   VW        TWS       VU
-------- -------- --------
    a         b         c
```

Questão 32. Qual das seguintes alternativas poderia ser uma lista completa e correta dos amigos que vão apenas a Abrolhos?

(A) Wilson
(B) **Úrsula**
(C) Saulo, Úrsula
(D) Tina, Wilson
(E) Úrsula, Vera

Solução *As alternativas (A) e (D) violam a restrição 4, pois Tina e Wilson devem visitar Búzios. A alternativa (C) viola a restrição 2. A alternativa (E) viola a dedução de que Vera deve visitar exatamente duas cidades. A alternativa (B) pode ser verdadeira, como mostra a configuração abaixo, e é a resposta correta.*

```
   VU        TWS       VW
-------- -------- --------
    a         b         c
```

Questão 33. Qual das seguintes alternativas poderia ser uma lista completa e correta dos amigos que vão a Búzios?

(A) Tina, Wilson
(B) Saulo, Tina
(C) Úrsula, Vera, Wilson
(D) Tina, Úrsula, Wilson
(E) **Tina, Vera, Wilson**

Solução *As alternativas (B) e (C) violam a restrição 4, pois não incluem Tina e Wilson. Note então que a soma do número de cidades que Saulo e Vera visitam deve ser três (Saulo uma cidade, Vera duas cidades). Assim, ou Saulo ou Vera necessariamente devem visitar Búzios. Isso elimina as alternativas (A) e (D). A alternativa (E) é correta, como mostra o exemplo de configuração abaixo.*

```
   S        TWV       VU
-------- -------- --------
    a         b         c
```

Questão 34. Qual das alternativas seguintes é sempre verdadeira?

(A) Úrsula vai a menos cidades do que Saulo.
(B) **Saulo vai a menos cidades do que Vera.**
(C) Wilson vai a menos cidades do que Vera.
(D) Saulo vai a menos cidades do que Wilson.
(E) Tina vai a menos cidades do que Wilson.

Solução *Vamos examinar cada alternativa. A alternativa (A) não é verdadeira porque pelas deduções o número de cidades que Saulo visita é igual ao número de cidades que Úrsula visita, uma cidade. O número de cidades que Wilson não tem restrições (a menos da restrição 3), de forma que as alternativas (C), (D) e (E) não são sempre verdadeiras. Pelas deduções, Saulo visita a uma cidade e Vera visita a duas cidades, de modo que a alternativa (B) é a correta.*

Bandeirinhas de São João

Os professores do Departamento de Matemática estão preparando cordas de barbante com bandeirinhas coloridas para a festa de São João. A corda deve ter exatamente nove bandeirinhas, de três tipos: pano, plástico e papel. Eles têm seis bandeirinhas de pano, sendo duas de cada uma das cores verde, amarela e rosa; seis bandeirinhas de plástico, sendo duas de cada uma das cores rosa, verde e azul; e seis bandeirinhas de papel, sendo três de cada uma das cores azul e amarela. O Departamento decidiu que a escolha das bandeirinhas para a corda deve obedecer às seguintes restrições:

1. A corda deve incluir ao menos uma bandeirinha de cada tipo.
2. Deve haver mais bandeirinhas de pano do que de plástico.
3. Não deve haver menos bandeirinhas de plástico do que de papel.
4. Deve haver mais bandeirinhas azuis do que rosas.
5. Não deve haver menos bandeirinhas verdes do que rosas.
6. Não deve haver menos bandeirinhas amarelas do que verdes.

Questão 35. Qual das alternativas seguintes poderia ser uma lista completa e correta das bandeirinhas da corda?

(A) Pano: duas amarelas, duas rosas; Plástico: duas verdes, uma azul; Papel: uma azul, uma amarela
(B) Pano: uma amarela, uma rosa, duas verdes; Plástico: duas verdes, uma azul; Papel: uma amarela, uma azul
(C) Pano: duas verdes, uma amarela; Plástico: duas azuis, uma verde; Papel: uma azul, uma amarela
(D) **Pano: duas amarelas, duas verdes; Plástico: duas rosas, uma azul; Papel: duas azuis**
(E) Pano: duas verdes, uma rosa, duas amarelas; Plástico: uma verde, uma azul; Papel: uma azul, duas amarelas

Questão 36. Se apenas papel azul é usado na corda, qual das seguintes afirmativas sobre a corda é necessariamente verdadeira?

(A) Ela tem exatamente três bandeirinhas verdes.
(B) Ela tem exatamente duas bandeirinhas azuis.
(C) Ela tem exatamente três bandeirinhas rosas.
(D) Ela tem exatamente três bandeirinhas amarelas.
(E) **Ela tem exatamente duas bandeirinhas amarelas.**

Questão 37. Se não há bandeirinhas rosas na corda, qual das seguintes afirmativas sobre a corda poderia ser falsa?

(A) Ela tem exatamente duas de pano amarelas.
(B) Ela tem exatamente duas de pano verdes.
(C) **Ela tem uma de plástico branca.**
(D) Ela tem exatamente quatro de pano.
(E) Ela tem três de plástico.

Questão 38. Qual das seguintes afirmativas sobre a corda é necessariamente falsa?

(A) Ela inclui duas bandeirinhas de pano rosas.
(B) Ela inclui três bandeirinhas amarelas.
(C) Ela inclui exatamente uma bandeirinha azul.
(D) As únicas de papel são amarelas.
(E) **As únicas de plástico são verdes.**

Questão 39. Se a corda inclui o número máximo possível de bandeirinhas rosas, ela deve também incluir qual das seguintes?

(A) exatamente duas de plástico verdes.
(B) **pelo menos uma de plástico azul.**
(C) pelo menos uma de plástico rosa.
(D) pelo menos uma de plástico verde.
(E) exatamente duas de plástico rosas.

Questão 40. Se a corda inclui exatamente duas bandeirinhas de plástico rosas, qual das seguintes poderia ser uma lista completa e correta de bandeirinhas de pano incluídas?

(A) uma rosa, uma amarela, duas verdes
(B) duas verdes, duas amarelas, uma rosa
(C) duas verdes, duas rosas, uma amarela
(D) **duas verdes, duas amarelas**
(E) uma verde, duas amarelas, uma rosa