Competidor(a): _____

Número de inscrição: _____–_____ *(opcional)*

OBI2018

Caderno de Soluções

Modalidade **Iniciação** • **Nível 1** • Fase **Nacional**

11 de agosto de 2018

A PROVA TEM DURAÇÃO DE **2** HORAS

Promoção:

Sociedade Brasileira de Computação

Apoio:

CNPq

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

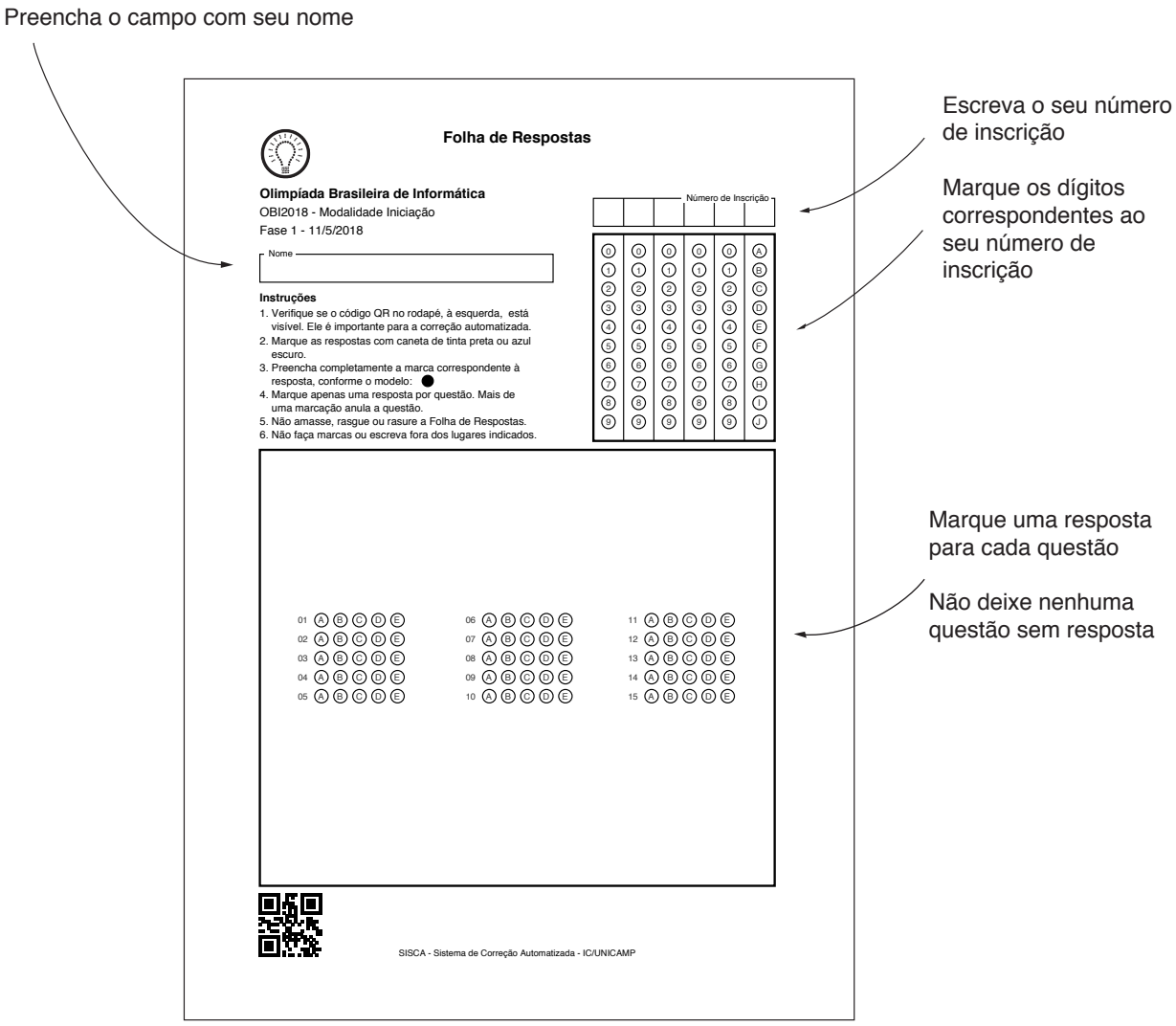
alurastart

v1.0

Instruções

LEIA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUÇÕES ANTES DE INICIAR A PROVA

- A prova deve ser feita individualmente.
- A duração da prova é de duas horas.
- É proibido consultar livros, anotações ou qualquer outro material durante a prova.
- Todas as questões têm o mesmo valor na correção.
- Este caderno contém 40 questões, em páginas numeradas de 1 a 22, sem contar a página de rosto. Verifique se o caderno está completo.
- Seu professor entregará para você uma Folha de Respostas como a mostrada abaixo, que deve ser preenchida e devolvida ao final da prova para correção.
- Se você tiver dificuldades no preenchimento da Folha da Respostas, peça ajuda ao seu professor, que poderá ajudá-lo(a) no preenchimento.
- Ao final da prova você pode levar este caderno para casa.



Troco de bits

No reino de Bitlândia há moedas de B$ 2 (dois bits), B$ 1 (um bit), B$ 0,50 (cinquenta centavos de bit), B$ 0,25 (vinte e cinco centavos de bit), B$ 0,10 (dez centavos de bit) e B$ 0,5 (cinco centavos de bit).

Errata *O valor da moeda de cinco centavos de bit saiu errado, 0,5 ao invés de 0,05. Uma errata foi enviada aos professores antes da prova, mas nem todos os competidores receberam a errada durante a prova. No entanto, apesar do erro, a resposta das questões não são afetadas, pois as questões envolvem o número de moedas usadas, e em nenhuma das questões é necessário utilizar uma moeda com o valor 0,05.*

Questão 1. Qual o menor número de moedas que um cliente pode usar para pagar uma mercadoria que custa B$ 5,35, usando apenas moedas?

(A) 4
(B) **5**
(C) 6
(D) 7
(E) 8

Solução *Para solucionar esta questão a estratégia é "gulosa": enquanto não completar o valor, escolha sempre a moeda de maior valor possível. Para completar o valor B$ 5,35 usamos então as moedas* $2 + 2 + 1 + 0,25 + 0,10$*, ou seja, cinco moedas. Não é possível utilizar um número menor de moedas. A alternativa correta é (B).*

Questão 2. Qual o menor número de moedas que um comerciante pode dar como troco, usando apenas moedas, para um cliente que pagou com cinco moedas de B$ 2 uma mercadoria que custa B$ 8,05?

(A) 3
(B) 4
(C) **5**
(D) 6
(E) 7

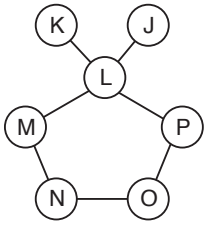
Solução *Novamente, a solucão para esta questão é "gulosa": enquanto não completar o valor, escolha sempre a moeda de maior valor possível.*

Como o cliente pagou B$ 10,00 e a mercadoria custa B$ 8,05 o comerciante deve dar B$ 1,95 de troco. Usando a estratégia gulosa, para completar B$ 1,95 usamos as moedas de valores $1,00 + 0,50 + 0,25 + 0,10 + 0,10 = 1,95$*. Não é possível utilizar um número menor de moedas. A resposta correta é cinco moedas, alternativa (C).*

Convite ao cinema

Alice quer convidar algumas amigas para ir ao cinema, entre sete de suas amigas: J, K, L, M, N, O e P. Mas Alice quer que suas convidadas não se conheçam, para aumentar o círculo de amizades em comum. Alice sabe que J e L se conhecem; M e L se conhecem; M e N se conhecem; L e P se conhecem; K e L se conhecem; P e O se conhecem; e N e O se conhecem.

Deduções *As relações entre as amigas podem ser descritas pelo diagrama abaixo.*



Questão 3. Se Alice convidar L, qual das seguintes amigas pode também ser convidada?

(A) J
(B) K
(C) M
(D) **N**
(E) P

Solução *Se L for convidada, K, J, M e P não podem ser convidadas. N e O podem ser convidadas. A alternativa correta é (D).*

Questão 4. Se Alice convidar K, qual das seguintes amigas não pode ser também convidada?

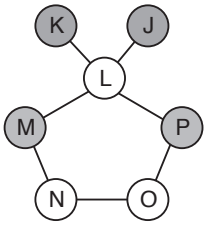
(A) J
(B) **L**
(C) M
(D) N
(E) P

Solução *Se K for convidada, a única amiga que certamente não pode ser convidada é L. A alternativa correta é (B).*

Questão 5. Qual é o maior número de amigas que Alice pode convidar?

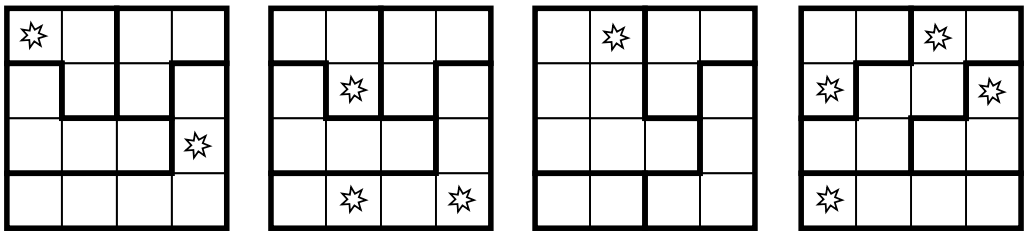
(A) 7
(B) 6
(C) 5
(D) **4**
(E) 3

Solução *Se L for convidado, o número máximo de convidados é dois. Se L não for convidado, o número máximo de convidados é quatro. O diagrama a seguir mostra um possível conjunto de convidados. Não é possível convidar mais do que quatro amigas, portanto a resposta correta é (D).*


K
J
L
M
P
N
O

Duas Estrelas

Carolina está tentando bolar quebra-cabeças do tipo "duas estrelas", nos quais é preciso colocar, num reticulado dividido em regiões, exatamente duas estrelas em cada linha, cada coluna e cada região. A figura mostra quatro quebra-cabeças, todos divididos em quatro regiões, onde Carolina já colocou algumas estrelas.



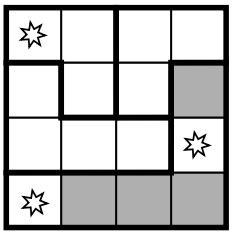
Questão 6. O número de formas distintas de completar os quatro quebra-cabeças corretamente é, respectivamente:

(A) 1,2,0,4
(B) 0,1,3,2
(C) 0,2,1,2
(D) 2,1,1,1
(E) 0,1,1,2

Solução

Para resolver essa questão, precisamos ir testando todas as possibilidades para colocar a próxima estrela de acordo com as regras, até completar exatamente duas estrelas em cada linha, coluna e região. Essa busca será muito facilitada se, antes de testar a próxima estrela, nós eliminarmos as posições onde não é possível mais colocar uma estrela. Além dessa busca, que é chamada de "backtracking" em algoritmos, podemos fazer passos diretos de dedução. Por exemplo, para o primeiro quebra-cabeças (mais a esquerda), podemos resolver das duas formas:

- *"Backtracking": testamos colocar uma estrela na linha 4, coluna 1. Agora, como a região onde esta estrela foi colocada já tem duas estrelas, então todas as demais posições da região seriam eliminadas, como na figura abaixo.*

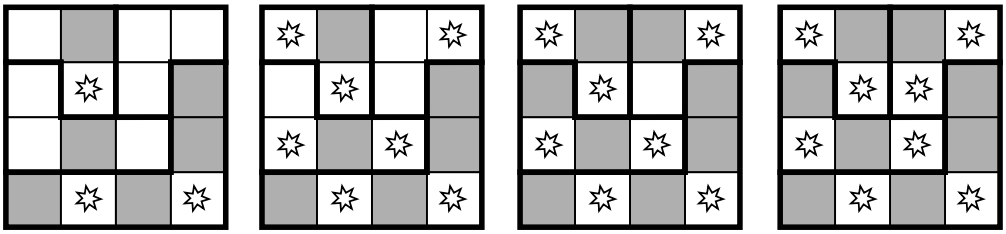


Mas, nesse caso, não seria possível colocar duas estrelas na linha 4 e, portanto, concluímos que não é possível colocar uma estrela na linha 4, coluna 1. Veja que esse racioncínio vai ser o mesmo se tentarmos colocar uma estrela em qualquer posição na linha 4. Portanto, o primeiro quebra-cabeças possui zero formas de ser completado!

- *Dedução: A linha quatro possui atualmente zero estrelas, mas precisa ter duas. Mas, se colocarmos duas estrelas na linha quatro, em qualquer posição, a região na qual a linha quatro está contida ficará com três estrelas. Portanto, não é possível completar o quebra-cabeças!*

Assim, as alternativas A e D ficam eliminadas, pois há zero formas de completar o primeiro quebra-cabeças. Usando esses métodos, podemos ver que há somente uma forma de completar o segundo e o terceiro quebra-cabeças, portanto as alternativas B e C são eliminadas e a resposta correta é a alternativa E.

Por exemplo, a figura abaixo mostra as posições eliminadas para o segundo quebra-cabeças, que forçam a colocação de quatro novas estrelas, que eliminam novas posições, que forçam a colocação da última estrela. Dessa forma, o segundo quebra-cabeças tem apenas uma forma de ser completado.



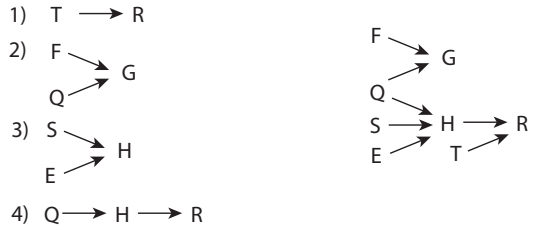
posicoes eliminadas novas estrelas posicoes eliminadas novas estrelas

Meninas cantoras

Oito amigas – Edna, Flora, Guga, Hilda, Quésia, Rute, Sol e Taís vão se apresentar no show de final de ano da escola. Cada amiga vai cantar exatamente uma vez, uma de cada vez (duas amigas não vão cantar ao mesmo tempo). Apenas as oito amigas vão cantar no show. A ordem em que vão se apresentar deve obedecer às seguintes restrições:

1. Taís canta em algum momento antes de Rute.
2. Tanto Flora como Quésia cantam em algum momento antes de Guga.
3. Tanto Sol como Edna cantam em algum momento antes de Hilda.
4. Hilda canta em algum momento antes de Rute mas em algum momento após Quésia.

Deduções *As restrições de sequência podem ser resumidas no diagrama abaixo. Pelas*



restrições, antes de Rute devem cantar pelo menos cinco cantoras (Q,S,E,H,T), portanto Rute não pode estar entre as cinco primeiras cantoras. Também, antes de Hilda devem cantar pelo menos três cantoras (Q,S,E), portanto Hilda não pode estar entre as três primeiras cantoras. Finalmente, antes de Guga devem cantar pelo menos duas cantoras, e portanto Guga não pode ser a primeira ou segunda cantora.

Inversamente, Taís, Hilda e Flora não podem ser a última a cantar; Quésia, Sol e Edna não podem ser a penúltima nem a última a cantar.

Questão 7. Se Guga é a terceira a cantar, então qual das seguintes alternativas não pode ser falsa?

(A) Hilda é a sétima a cantar.
(B) **Rute é a oitava a cantar.**
(C) Flora é a segunda a cantar.
(D) Quésia é a primeira a cantar.
(E) Taís é a quarta a cantar.

Solução *Se Guga é a terceira a cantar, as duas primeiras são Flora e Quésia, em alguma ordem. Das cantoras que restam, as condições obrigam que Rute seja a última a cantar. A alternativa correta é (B).*

```
 F/Q    Q/F     G                                R
-----  -----  -----  -----  -----  -----  -----  -----
  1      2      3      4      5      6      7      8
```

Questão 8. Cada uma das seguintes amigas poderia ser a quinta a cantar exceto:

(A) Sol
(B) Edna
(C) Guga
(D) Taís
(E) **Rute**

Solução *Pelas restrições, antes de Rute devem cantar cinco cantoras, portanto Rute deve ser a sexta, sétima ou oitava a cantar. A alternativa correta é (E).*

Questão 9. Se Quésia é a quinta a cantar, então qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

(A) Hilda canta em algum momento antes de Taís.
(B) Guga canta em algum momento antes de Taís.
(C) Guga canta em algum momento antes de Edna.
(D) **Rute canta em algum momento antes de Guga.**
(E) Rute canta em algum momento antes de Flora.

Solução *Neste caso, a sexta, sétima e oitava cantoras são Guga, Hilda e Rita, obedecidas as restrições. A única alternativa que é possível é (D).*

```
                            Q     G/H   H/G/R   R/G
-----  -----  -----  -----  -----  -----  -----  -----
  1      2      3      4      5      6      7      8
```

Questão 10. Se Flora é a sexta a cantar, então qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) **Hilda canta em algum momento antes de Guga.**
(B) Guga canta em algum momento antes de Rute.
(C) Edna canta em algum momento antes de Taís.
(D) Taís canta em algum momento antes de Hilda.
(E) Flora canta em algum momento antes de Hilda.

Solução *Nesse caso, sabemos pela restrição 2 que Guga deve cantar após Flora. Sabemos também que Rute deve ser a última a cantar do bloco de cantoras (Q,S,E,H,T). Portanto a sétima cantora e a oitava cantora são Guga e Rute, em alguma ordem. Das alternativas, a única que é sempre verdadeira é (A).*

```
                                     F     G/R    R/G
-----  -----  -----  -----  -----  -----  -----  -----
  1      2      3      4      5      6      7      8
```

Questão 11. Qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

(A) Edna é a sétima a cantar.
(B) Taís é a oitava a cantar.
(C) **Rute é a sexta a cantar.**
(D) Guga é a primeira a cantar.
(E) Hilda é a segunda a cantar.

Solução *Segundo as deduções, a única alternativa que poderia ser verdadeira é (C).*

Questão 12. Se Rute é a sétima amiga a cantar, então qual das seguintes alternativas não pode ser a quinta amiga a cantar?

(A) Sol
(B) Hilda
(C) Flora
(D) Quésia
(E) **Guga**

Solução *Neste caso, Guga é a última a cantar, pelas restrições. A alternativa (E) é a correta, Guga não pode ser a quinta a cantar. Todas as outras alternativas são possíveis cantoras para cantar em quinto lugar.*

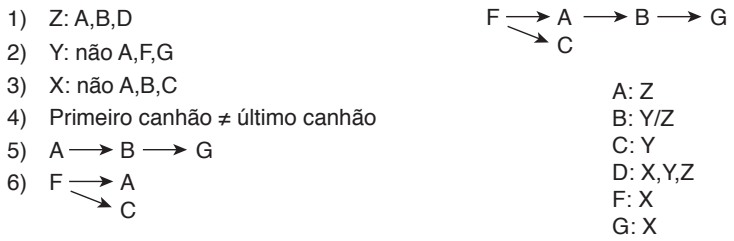
```
                                          R     G
----- ----- ----- ----- ----- ----- ----- -----
  1     2     3     4     5     6     7     8
```

Circo

Em um circo, seis audaciosos palhaços – Atchim, Bozo, Cacau, Dumdum, Fubá e Guizin – serão lançados por tiros de três canhões – X, Y e Z. Eles serão lançados um de cada vez, e cada palhaço será lançado uma única vez. A ordem em que os palhaços serão lançados obedece às seguintes restrições:

1. O canhão Z pode lançar somente Atchim, Bozo e Dumdum.
2. O canhão Y não pode lançar Atchim, Fubá e Guizin.
3. O canhão X não pode lançar Atchim, Bozo e Cacau.
4. O canhão que lança o primeiro palhaço não pode ser o mesmo canhão que lança o último palhaço.
5. Bozo deve ser lançado em algum momento antes de Guizin mas em algum momento após Atchim.
6. Fubá deve ser lançado em algum momento antes de Atchim e antes de Cacau.

Deduções *As restrições de sequência podem ser resumidas no diagrama abaixo.*



Atchim só pode ser lançado pelo canhão Z. Fubá e Guizim só podem ser lançados pelo canhão X. Cacau só pode ser lançado pelo canhão Y. Após Fubá ser lançado, devem ser lançados outros quatro palhaços; assim, Fubá deve ser o primeiro ou o segundo palhaço lançado.

Questão 13. Qual das alternativas seguintes é uma ordem possível para os lançamentos, do primeiro ao último?

(A) Fubá, Atchim, Bozo, Dumdum, Cacau, Guizin
(B) Dumdum, Fubá, Guizin, Cacau, Atchim, Bozo
(C) **Fubá, Dumdum, Atchim, Bozo, Guizin, Cacau**
(D) Dumdum, Cacau, Fubá, Atchim, Bozo, Guizin
(E) Fubá, Bozo, Atchim, Guizin, Cacau, Dumdum

Solução *Para resolver esta questão, basta verificar as alternativas, para encontrar uma que não viole as restrições estabelecidas.*

- (A) viola a restrição de primeiro e último canhão (canhão X).
- (B) viola a restrição 5.
- (C) não viola nenhuma restrição, é a alternativa correta.
- (D) viola a restrição 6.
- (E) viola a restrição 5.

Questão 14. Qual das seguintes alternativas é uma lista completa e correta dos palhaços que poderiam ser lançados pelo último tiro de canhão?

(A) Atchim, Cacau, Dumdum
(B) Atchim, Bozo, Guizin
(C) Dumdum, Bozo, Guizin
(D) Cacau, Bozo, Guizin
(E) **Cacau, Dumdum, Guizin**

Solução *No último tiro podem ser lançados, pelas restrições de sequência, Cacau e Guizim. Dumdum não tem restrição de sequência e também pode ser lançado por último. A alternativa correta é portanto (E).*

Questão 15. Se o primeiro tiro de canhão lança Dumdum, qual das seguintes alternativas não pode ser falsa?

(A) **Fubá é lançado no segundo tiro.**
(B) Fubá é lançado no terceiro tiro.
(C) Bozo é lançado no quarto tiro.
(D) Dumdum é lançado pelo canhão X.
(E) Dumdum é lançado pelo canhão Y.

Solução *A questão pergunta qual a alternativa que não pode ser falsa, o que é o mesmo que perguntar qual alternativa é sempre verdadeira. Se Dumdum é o primeiro, pelas deduções Fubá deve ser o segundo palhaço a ser lançado. A alternativa (B) é falsa. A alternativas (C), (D) e (E) não são sempre verdadeiras. A alternativa correta é a (A).*

Questão 16. Cada uma das alternativas seguintes poderia ser falsa exceto:

(A) Dumdum é lançado pelo canhão X.
(B) Bozo é lançado pelo canhão Z.
(C) Dumdum é lançado pelo canhão Z.
(D) **Cacau é lançado pelo canhão Y.**
(E) Atchim é lançado pelo canhão X.

Solução *Não poder ser falsa equivale a ser sempre verdadeira. Observando as deduções, a única alternativa que é sempre verdadeira é (D).*

Questão 17. Qual das seguintes alternativas não pode ser uma ordem em que os palhaços são lançados, do primeiro para o último:

(A) Dumdum, Fubá, Atchim, Bozo, Guizin, Cacau
(B) Dumdum, Fubá, Atchim, Cacau, Bozo, Guizin
(C) **Fubá, Cacau, Atchim, Bozo, Dumdum, Guizin**
(D) Fubá, Dumdum, Atchim, Bozo, Guizin, Cacau
(E) Fubá, Atchim, Bozo, Cacau, Guizin, Dumdum

Solução *Todas as alternativas exceto (C) respeitam todas as restrições. A alternativa (C) viola a restrição de primeiro e último canhão e é a correta.*

Questão 18. Se Fubá é o primeiro palhaço lançado, qual das seguintes alternativas poderia ser a lista dos três palhaços lançados na sequência, um em seguida ao outro?

(A) Dumdum, Bozo e Guizin
(B) **Dumdum, Atchim e Bozo**
(C) Dumdum, Cacau e Atchim
(D) Cacau, Guizin e Atchim
(E) Cacau, Dumdum e Atchim

Solução *Se Fubá é o primeiro, os outros devem seguir as regras de sequência, com Dumdum podendo ser lançado em qualquer ordem, pois não tem restrições de sequência. As alternativas (A) e (D) violam a restrição 5. A alternativa C implica que a ordem de lançamento é* `F D C A B G`*, que viola a regra de primeiro e último canhões. A alternativa E implica que a ordem de lançamento é* `F C D A B G`*, que também viola a regra de primeiro e último canhões. A alternativa (B) não viola nenhuma restrição e é a alternativa correta.*

Torneio

Seis jogadores – A, B, C, D, E e F estão participando do Torneio Estadual de Jogos de Baralho. O Torneio é realizado em dois turnos. Os jogadores disputam o torneio em times formados por um par de jogadores, sendo que os mesmos times disputam os dois turnos. Nenhum jogador está em mais de um time. Em cada turno, cada time deve ocupar exatamente uma mesa, entre as mesas 1, 2 e 3. As seguintes restrições adicionais devem ser obedecidas:

1. Nenhum time ocupa a mesma mesa nos dois turnos.
2. B e C não podem estar no mesmo time.
3. D e F estão no mesmo time.
4. Se E ocupa a mesa 3 em algum turno, então seu parceiro no time deve ser B.
5. A ocupa a mesa 1 no segundo turno.

Deduções

Como D e F devem estar no mesmo time, temos que decidir quem pode estar nos outros dois times. A escolha é limitada pela restrição 2, e qualquer configuração que inclua B e C no mesmo time não é correta. Se A e E estivessem no mesmo time B e C teriam que estar num mesmo time, portanto A não pode estar no mesmo time que E. Portanto A tem que formar um time ou com B ou com C. As restrições colocam A na mesa 1 no segundo turno, portanto ou B ou C deve estar na mesa 1 no segundo turno. Pela regra 4, se E ocupa a mesa 3, sabemos que o parceiro de A no time é C. Também podemos deduzir que se o parceiro de A é B, então o time (E, C) não pode ocupar a mesa 3. A regra 5 indica que o time de A (que pode incluir B ou C) tem que ocupar as mesas 2 ou 3 no segundo turno.

Os times possíveis são portanto: D junto com F, A junto com B ou C, e E junto com B ou C.

Questão 19. Qual das seguintes alternativas poderia ser a ocupação das mesas no primeiro turno?

(A) Mesa 1: A,C; mesa 2: E,B; mesa 3: D,F
(B) Mesa 1: B,E; mesa 2: D,C; mesa 3: A,F
(C) **Mesa 1: C,E; mesa 2: A,B; mesa 3: D,F**
(D) Mesa 1: D,F; mesa 2: A,E; mesa 3: B,C
(E) Mesa 1: D,F; mesa 2: A,B; mesa 3: C,E

Solução

Para resolver esta questão, basta verificar as alternativas, para encontrar uma que não viole as restrições estabelecidas.

- (A) viola a restrição 5.
- (B) viola a restrição 3.
- (C) não viola nenhuma restrição, é a alternativa correta.
- (D) viola a restrição 2.
- (E) viola a restrição 4.

Questão 20. Se B ocupa a mesa 1 no primeiro turno, então seu parceiro no time deve ser:

(A) A
(B) C
(C) D
(D) **E**
(E) F

Solução

Se B ocupa a mesa 1 no primeiro turno, A não é o seu parceiro, pois A não pode ocupar essa mesa no primeiro turno. Sabemos portanto que os times são (D,F), (A,C) e (B,E). A alternativa correta é (D).

Questão 21. Qual das seguintes alternativas é sempre falsa?

(A) A não ocupa a mesa 3 em nenhum turno.
(B) **A e E são do mesmo time.**
(C) B e E são do mesmo time.
(D) D ocupa a mesa 2 no primeiro turno.
(E) F ocupa a mesa 2 no segundo turno.

Solução

Já vimos que A não pode ter como parceiro E. Portanto a alternativa (B) é sempre falsa, e esta é a alternativa correta. Todas as outras alternativas podem ser verdadeiras em alguma configuração correta segundo as restrições.

Questão 22. Se A e B são do mesmo time, qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) **A e B ocupam a mesa 3 no primeiro turno.**
(B) C e E ocupam a mesa 2 no primeiro turno.
(C) C e E ocupam a mesa 3 no segundo turno.
(D) D e F ocupam a mesa 1 no primeiro turno.
(E) D e F ocupam a mesa 2 no segundo turno.

Solução

Se A está no mesmo time que B, os times são (A,B), (C,E) e (D,F); também sabemos que (A,B) não podem ocupar a mesa 1 no primeiro turno. Além disso, como B não é o parceiro de E, o time (C,E) não pode ocupar a mesa 3 em nenhum dos turnos, o que obriga (D,E) ocupar as mesas 1 e 2; como (A,B) ocupam a mesa 1 no segundo turno, (D,E) deve ocupar a mesa 1 no primeiro tuno e a mesa 2 no segundo turno. Isso obriga (A,B) a usarem a mesa 1 no primeiro turno, de forma que a alternativa (A) é sempre verdadeira, e ela é a alternativa correta. Todas as outras alternativas ou são falsas ou não sempre verdadeiras.

Questão 23. Se E ocupa a mesa 2 no primeiro turno, qual das seguintes alternativas é uma lista completa e correta dos jogadores que poderiam ser parceiros de E no time?

(A) A, B
(B) A, B, C
(C) A, C
(D) **B**
(E) B, C

Solução

Como deduzido, a possibilidade de formação de times é: (D,F), A com B ou C, e E com C ou B.O enunciado informa que E ocupa a mesa 2 no primeiro turno. Então, no segundo turno, E deve ocupar a mesa 3, pois a mesa 1 do segundo turno é ocupada por A. Assim, pela restrição 4, E deve ter como parceiro B. A alternativa correta é portanto (D).

Questão 24. Se E ocupa a mesa 3 no primeiro turno, então qual das seguintes alternativas é um par de jogadores que poderiam ocupar a mesa 3 no segundo turno?

(A) A e B
(B) A e C
(C) B e D
(D) B e E
(E) **D e F**

Solução

Se E ocupa a mesa 3, sabemos que seu parceiro é B. Então os times são (A,C), (B,E) e (D,F), com (A,C) ocupando a mesa 2 no primeiro turno e a mesa 1 no segundo turno, (B,E) ocupando a mesa 3 no primeiro turno e a mesa 2 no segundo turno, e (D,F) ocupando a mesa 1 no primeiro turno e a mesa 3 no segundo turno. Portanto a alternativa correta é (E).

Questão 25. Se E e C são do mesmo time, então qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) A ocupa a mesa 2 no primeiro turno.
(B) **D ocupa a mesa 3 no segundo turno.**
(C) C ocupa a mesa 2 no primeiro turno.
(D) F ocupa a mesa 3 no primeiro turno.
(E) B ocupa a mesa 1 no primeiro turno.

Solução

Se um time é (E,C), então os outros times são (A,B) e (D,F), e o time (E,C) não pode ocupar a mesa 3. Como o time (A,B) ocupa a mesa 1 no segundo turno, (E,C) tem que ocupar a mesa 1 no primeiro turno e a mesa 2 no segundo turno. O time (D,F) então tem que ocupar a mesa 3 no segundo turno, obrigatoriamente, já que a mesa 1 do segundo turno está ocupada pelo time (A,B); assim, no primeiro turno (D,F) tem que ocupar a mesa 2. Isso completa a configuração nesse caso:

Primeiro turno: Mesa 1: (E,C); mesa 2: (D,F); mesa 3: (A,B)
Segundo turno: Mesa 1: (A,B); mesa 2: (E,C); mesa 3: (D,F)

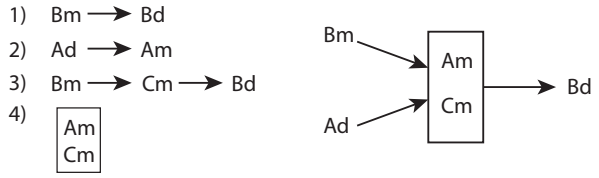
A alternativa correta é a (B).

Médico e dentista

No período de cinco meses, de janeiro a maio, cada um de três irmãos – Aldo, Beto e Chico – vai ao médico exatamente uma vez. Cada irmão vai também ao dentista exatamente uma vez nesse período. As seguintes condições devem ser obedecidas:

1. Beto vai ao médico em algum mês anterior ao mês em que vai ao dentista.
2. Aldo vai ao dentista em algum mês anterior ao mês em que vai ao médico.
3. Chico vai ao médico em algum mês anterior ao mês em que Beto visita o dentista e em algum mês após o mês em que Beto vai ao médico.
4. Aldo vai ao médico no mesmo mês em que Chico vai ao médico.
5. Qualquer irmão que visite o médico em abril não pode ir ao dentista em abril.

Deduções *As restrições de sequência podem ser resumidas no diagrama abaixo.*



Sabemos que deve haver pelo menos dois meses após Bm e Ad. Também, o bloco (Am,Cm) não pode ser no último mês, nem no primeiro mês. Além disso, Bd deve ter pelo menos dois meses anteriores, portanto Bd deve ser em março, abril ou maio.

A seguinte tabela mostra as restrições das visitas dos irmãos ao médico e dentista:

```
Médico:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
 não A                                       não A
                                 não B       não B
 não C                                       não C
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai

Dentista:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
                                 não A       não A
  não B      não B
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai
```

Questão 26. Qual das seguintes alternativas poderia ser uma lista correta dos meses em que os irmãos vão ao médico?

(A) Janeiro: Aldo, Beto, Chico
(B) Fevereiro: Aldo, Chico; março: Chico
(C) Março: Aldo, Chico; abril: Beto
(D) **Janeiro: Beto; março: Aldo, Chico**
(E) Abril: Aldo, Chico; maio: Beto

Solução *Para resolver esta questão, basta verificar as alternativas, para encontrar uma que não viole as restrições estabelecidas.*

- (A) viola a restrição 2.
- (B) viola a restrição de que Chico não vai mais de uma vez ao médico.
- (C) viola a restrição 3.
- (D) não viola nenhuma restrição, é a alternativa correta.
- (E) viola a restrição 3.

Questão 27. Se Beto vai ao médico in março, qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) Chico vai ao dentista em maio.
(B) **Beto vai ao dentista em maio.**
(C) Chico vai ao médico em março.
(D) Aldo vai ao dentista em março.
(E) Aldo vai ao dentista em fevereiro.

Solução *Se Beto vai ao médico em março, Aldo e Chico vão ao médico abril, e Beto vai ao dentista em maio (Chico não pode ir ao médico em maio, pois deve ir no mês anterior ao mês que Beto vai ao dentista). Aldo pode ir ao dentista em janeiro, fevereiro o março. A alternativa correta é (B).*

```
Médico:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
                         B
                                     A
                                     C
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai

Dentista:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
                                                 B
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai
```

Questão 28. Qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) Nem Chico nem Beto vão ao dentista em fevereiro.
(B) **Nem Chico nem Aldo vão ao médico em janeiro.**
(C) Nem Beto nem Aldo vão ao dentista em março.
(D) Nem Beto nem Chico vão ao médico em abril.
(E) Nem Aldo nem Chico vão ao dentista em abril.

Solução *Consultando a tabela de restrições, vemos que a única alternativa que é sempre verdadeira é a (B).*

```
Médico:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
 não A                                        não A
                                   não B      não B
 não C                                        não C
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai

Dentista:
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
                                   não A      não A
```

```
 não B      não B
---------  ---------  ---------  ---------  ---------
   jan        fev        mar        abr        mai
```

Questão 29. Se Chico vai ao médico em algum mês anterior ao mês em que vai ao dentista, e ele vai ao dentista em abril, então qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

(A) **Beto vai ao dentista no mesmo mês em que Chico vai ao dentista.**
(B) Aldo vai ao médico no mesmo mês em que Beto vai ao dentista.
(C) Chico vai ao dentista em algum mês anterior ao mês em que Aldo vai ao médico.
(D) Chico vai ao dentista em algum mês anterior ao mês em que Aldo vai ao dentista.
(E) Beto vai ao dentista em algum mês anterior ao mês em que Aldo vai ao médico.

Solução *Nesse caso, Aldo e Chico vão ao médico em março ou fevereiro. A alternativa (B) não é possível porque viola as nossas deduções das restrições: Aldo vai ao médico no mês anterior ao qual Beto vai ao dentista. A alternativa (C) é falsa, pois Chico vai ao dentista em abril, e Aldo e Chico vão ao médico em março ou fevereiro. A alternativa (D) também é falsa, Chico vai ao dentista em abril, e Aldo vai ao dentista antes de ir ao médico. A alternativa (E) também é falsa, Beto vai ao dentista após Aldo ir ao médico. A única alternativa que pode ser verdadeira é (A): Beto pode ir ao dentista em abril ou maio.*

Questão 30. Todas as alternativas seguintes poderiam ser falsas exceto:

(A) Pelo menos um irmão vai ao dentista em fevereiro.
(B) Pelo menos um irmão vai ao dentista em maio.
(C) Pelo menos dois irmãos vão ao dentista em algum mês após março.
(D) **Nenhum dos irmãos vai ao médico em maio.**
(E) Nenhum dos irmãos vai ao médico em janeiro.

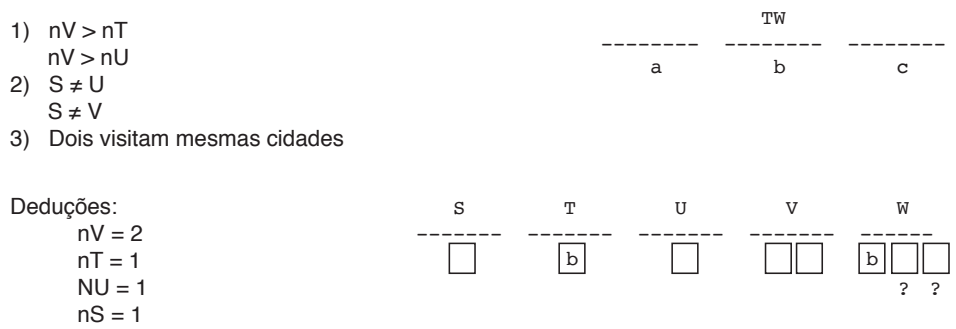
Solução *A questão pergunta por uma alternativa que poderia ser falsa EXCETO, o que é o mesmo que perguntar por uma alternativa que é sempre verdadeira. Examinando as alternativas e a tabela de restrições vemos que a única que é sempre verdadeira é a alternativa (D).*

Férias na praia

Cinco amigos – Saulo, Tina, Úrsula, Vera e Wilson – vão passar as férias de verão em uma ou mais cidades de praia, entre exatamente três cidades: Abrolhos, Búzios e Canoas. Eles não vão a nenhum outro lugar além dessas cidades nas férias. As seguintes restrições devem ser obedecidas:

1. Vera vai a mais cidades do que Tina vai ou que Úrsula vai.
2. Saulo não vai a cidades que Úrsula vai ou que Vera vai.
3. Há exatamente dois amigos que vão para exatamente a mesma cidade, ou para exatamente as mesmas cidades se eles vão a mais de uma cidade.
4. Ambos Tina e Wilson vão a Búzios.

Deduções *As restrições podem ser resumidas no diagrama abaixo.*



Como Vera não pode ir à mesma cidade que Saulo, ela pode ir no máximo a duas cidades – e para isso Saulo deve ir a apenas uma cidade. Como Vera vai a mais cidades do que Tina ou Úrsula, então Vera vai a duas cidades e Tina, Úrsula e Saulo vão a apenas uma cidade cada. Wilson não tem restrições e pode ir a qualquer cidade além de Búzios, desde que a restrição 3 seja obedecida.

Questão 31. Se Saulo não vai a Búzios, então qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) Vera vai a Abrolhos.
(B) Wilson vai a Canoas.
(C) **Vera vai a Búzios.**
(D) Saulo vai a Abrolhos.
(E) Úrsula vai a Canoas.

Solução *Vamos examinar a situação com um diagrama que mostra as possibilidades de cidades para cada amigo. Vera deve visitar duas cidades, e não pode visitar a cidade que Saulo visita. Como Saulo não visita Búzios, então obrigatoriamente uma das cidades que Vera visita é Búzios.*

S	T	U	V	W
a/c	b	c/a	b c/a	abc

Usando o diagrama vemos que a única alternativa que é sempre verdadeira é (C).

Questão 32. Qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

(A) Vera vai a três cidades.
(B) Vera vai a apenas uma cidade.
(C) **Wilson vai a duas cidades.**
(D) Saulo vai a duas cidades.
(E) Tina vai a três cidades.

Solução *Vamos analisar cada alternativa. A alternativa (A) não pode ser verdadeira pois violaria a restrição 2. A alternativa (B) não pode ser verdadeira porque violaria a restrição 1. A alternativa (D) não pode ser verdadeira porque também implicaria na violação da restrição 1, e a alternativa (E) não pode ser verdadeira porque também violaria a restrição 1. A única alternativa que não viola nenhuma restrição é (C), e é a correta, como ilustra o exemplo de configuração abaixo.*

```
   VW        TWS       VU
-------- -------- --------
    a         b         c
```

Questão 33. Se exatamente três dos amigos vão a Canoas, então qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

(A) Úrsula vai a Búzios.
(B) **Wilson vai a Abrolhos.**
(C) Wilson não vai a Canoas.
(D) Saulo vai a Canoas.
(E) Vera não vai a Canoas.

Solução *Se três amigos vão a Canoas, Saulo não pode ser um dos três: se Saulo fosse a Canoas, Vera e Úrsula não vão a Canoas pela restrição 1, e pelas deduções Tina não pode ir a Canoas (vai apenas a uma cidade), de forma que junto com Saulo somente Wilson poderia ir a Canoas. Os três amigos devem ser então Vera, Úrsula e Wilson. Isso elimina as alternativas (C), (D) e (E).*

A alternativa (A) também é falsa: como Úrsula é uma das três que vai a Canoas, ela não pode ir a Búzios porque pelas deduções vai a apenas uma cidade. Resta a alternativa (B), que é correta, como mostra a configuração abaixo.

```
   VW        TWS       VU
-------- -------- --------
    a         b         c
```

Questão 34. Qual das seguintes alternativas poderia ser uma lista completa e correta dos amigos que vão apenas a Abrolhos?

(A) Wilson
(B) **Úrsula**
(C) Saulo, Úrsula
(D) Tina, Wilson
(E) Úrsula, Vera

Solução *As alternativas (A) e (D) violam a restrição 4, pois Tina e Wilson devem visitar Búzios. A alternativa (C) viola a restrição 2. A alternativa (E) viola a dedução de que Vera deve visitar exatamente duas cidades. A alternativa (B) pode ser verdadeira, como mostra a configuração abaixo, e é a resposta correta.*

```
   VU        TWS       VW
-------- -------- --------
    a         b         c
```

Questão 35. Qual das seguintes alternativas poderia ser uma lista completa e correta dos amigos que vão a Búzios?

(A) Tina, Wilson
(B) Saulo, Tina
(C) Úrsula, Vera, Wilson
(D) Tina, Úrsula, Wilson
(E) **Tina, Vera, Wilson**

Solução *As alternativas (B) e (C) violam a restrição 4, pois não incluem Tina e Wilson. Note então que a soma do número de cidades que Saulo e Vera visitam deve ser três (Saulo uma cidade, Vera duas cidades). Assim, ou Saulo ou Vera necessariamente devem visitar Búzios. Isso elimina as alternativas (A) e (D). A alternativa (E) é correta, como mostra o exemplo de configuração abaixo.*

```
   S        TWV       VU
-------- -------- --------
    a         b         c
```

Questão 36. Qual das alternativas seguintes é sempre verdadeira?

(A) Úrsula vai a menos cidades do que Saulo.
(B) **Saulo vai a menos cidades do que Vera.**
(C) Wilson vai a menos cidades do que Vera.
(D) Saulo vai a menos cidades do que Wilson.
(E) Tina vai a menos cidades do que Wilson.

Solução *Vamos examinar cada alternativa. A alternativa (A) não é verdadeira porque pelas deduções o número de cidades que Saulo visita é igual ao número de cidades que Úrsula visita, uma cidade. O número de cidades que Wilson não tem restrições (a menos da restrição 3), de forma que as alternativas (C), (D) e (E) não são sempre verdadeiras. Pelas deduções, Saulo visita a uma cidade e Vera visita a duas cidades, de modo que a alternativa (B) é a correta.*

Refinaria Central

Oito grandes tubulações de gás, ou gasodutos, numerados de 1 a 8, vão passar por baixo da Refinaria Central. Os gasodutos pares precisam correr na direção norte-sul e os ímpares na direção leste-oeste. Cada gasoduto estará enterrado em um dos quatro possíveis níveis abaixo da refinaria: 10, 20, 30 e 40 metros de profundidade. Por cada nível devem passar exatamente dois gasodutos na mesma direção. Precisamos ajudar na atribuição dos gasodutos aos níveis! Depois de muito planejamento, ficou decidido que:

1. Os gasodutos 5 e 7 não podem passar no mesmo nível;
2. Os gasodutos 2 e 4 não podem passar no mesmo nível;
3. A diferença de profundidade entre os gasodutos 2 e 8 não pode ser maior do que 10 metros;
4. A diferença de profundidade entre os gasodutos 1 e 7 tem que ser maior do que 10 metros.

Questão 37. Qual das opções abaixo é uma atribuição válida de gasodutos aos níveis?

(A) 10: 3 e 7, 20: 2 e 6, 30: 1 e 5, 40: 4 e 8
(B) 10: 5 e 7, 20: 4 e 6, 30: 2 e 8, 40: 1 e 3
(C) 10: 3 e 7, 20: 1 e 5, 30: 2 e 6, 40: 4 e 8
(D) **10: 3 e 7, 20: 4 e 6, 30: 1 e 5, 40: 2 e 8**
(E) 10: 1 e 7, 20: 6 e 8, 30: 3 e 5, 40: 2 e 4

Questão 38. Se o gasoduto 6 estiver no nível 10, então qual desses gasodutos estará no nível 30?

(A) **8**
(B) 1
(C) 3
(D) 4
(E) 7

Questão 39. Se o gasoduto 7 estiver no nível 40, então em quais níveis poderá estar o gasoduto 1?

(A) somente 10
(B) somente 30
(C) **10 ou 20**
(D) somente 20
(E) 10 ou 30

Questão 40. Se os gasodutos 2 e 8 não estiverem no mesmo nível, então em quais níveis estarão os gasodutos ímpares?

(A) 20 e 40
(B) 20 e 30
(C) 10 e 30
(D) 30 e 40
(E) **10 e 40**