

Nome do competidor(a): _____



OBI2016

Caderno de Soluções

Modalidade Iniciação

Nível 1 • Fase 2

5 agosto de 2016

A PROVA TEM DURAÇÃO DE 2 HORAS

VERIFIQUE QUE O NÍVEL DA PROVA, INDICADO ACIMA,
CORRESPONDE AO NÍVEL EM QUE VOCÊ ESTÁ CADASTRADO NA OBI2015.

Promoção:



Sociedade Brasileira de Computação

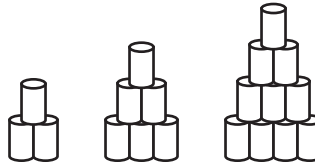
Apoio:



Conselho Nacional de Desenvolvimento
Científico e Tecnológico

Pilha de latas

João trabalha no supermercado, e seu gerente pediu que ele empilhasse latas de ervilhas como na figura abaixo.



Inicialmente observe que o número de latas em cada camada, a partir da camada mais acima, é uma progressão aritmética (a primeira camada (mais acima) tem uma lata, a segunda camada tem duas latas, a terceira camada tem três latas... A soma S dos elementos de uma progressão aritmética é dada pela equação

$$S = n \times (A_1 + A_n)/2$$

onde A_1 é o primeiro termo (sempre 1 no caso), A_n é o último termo (número de latas na camada mais abaixo) e n é o número de termos (a altura da pilha de latas).

Questão 1. Quantas latas são necessárias para construir uma pilha de latas no formato acima que tenha a altura de cinco latas?

- (A) 5
- (B) 10
- (C) 15 (alternativa correta)
- (D) 20
- (E) 25

Solução

Aplicando a equação, o número de latas é $S = 5 \times (1 + 5)/2 = 15$ e portanto a alternativa C é a correta. Mesmo se você não conhecesse a equação de soma de uma P.A., poderia chegar à resposta correta desenhando a pilha de latas e contando manualmente.

Questão 2. Quantas latas são necessárias para construir uma pilha de latas no formato acima que tenha a altura de 17 latas?

- (A) 87
- (B) 97
- (C) 105
- (D) 135
- (E) 153 (alternativa correta)

Solução

Aplicando a equação, o número de latas é $S = 17 \times (1 + 17)/2 = 153$ e portanto a alternativa E é a correta.

Questão 3. Se há 69 latas disponíveis, qual a altura, em latas, da maior pilha possível, no formato acima?

- (A) 11
- (B) 13
- (C) 15
- (D) 17
- (E) 19

Solução

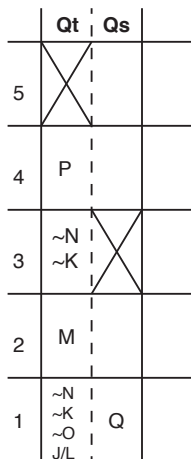
Usando a equação com $S = 69$ é possível encontrar o valor de n , a altura da pilha possível. Mas a maneira mais fácil de resolver essa questão é por eliminação, já que as contas são fáceis de fazer. Para uma altura de 11 latas, o número de latas necessárias é $11 \times 12/2 = 66$. Para uma altura de 13 latas, o o número de latas necessárias é $13 \times 14/2 = 91$. Assim, como temos 69 latas, a alternativa correta é A.

Alojamento da Vila Olímpica

Oito atletas, J, K, L, M, N, O, P e Q vão utilizar um prédio de cinco andares na Vila Olímpica. Em cada andar do prédio há dois apartamentos, um do tipo quitinete e um do tipo quarto e sala. Os andares são designados de primeiro a quinto, sendo primeiro o andar térreo. O seguinte é conhecido sobre o arranjo dos atletas que vão ocupar o prédio:

1. Nenhum atleta compartilha o apartamento com outro atleta.
2. Nenhum atleta ocupa o apartamento quitinete do quinto andar.
3. Nenhum atleta ocupa o apartamento quarto e sala do terceiro andar.
4. M ocupa o apartamento quitinete do segundo andar.
5. P ocupa o apartamento quitinete do quarto andar.
6. Ambos M e O estão em um andar mais alto do que Q.
7. K, N e Q ocupam apartamentos quarto e sala.

Vamos guardar as informações usando um diagrama (Qt representa quitinete, Qs quarto e sala):



Como Q ocupa um quarto e sala, e M ocupa um andar acima de Q (restrição 6), Q ocupa o quarto e sala do primeiro andar. Ainda, há apenas dois quitinetes livres, no terceiro e no primeiro andar; mas O não pode ocupar o primeiro andar (restrição 6); N e K não podem ocupar quitinetes, então no primeiro andar os únicos que podem ocupar o quitinete são J ou L.

Questão 4. Se K ocupa um andar mais baixo do que P, então quem necessariamente ocupa o apartamento quarto e sala do segundo andar?

- (A) J
- (B) K (alternativa correta)
- (C) L
- (D) N
- (E) Q

Solução

Como K ocupa um quarto e sala (restrição 7), se K está em um andar mais baixo do que P, só pode ocupar no segundo andar. A alternativa correta é a B.

Questão 5. Qual é o máximo número de atletas cada um dos quais pode ser o ocupante do apartamento quarto e sala do quinto andar?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5 (alternativa correta)

Solução

Sabemos que o quarto e sala do quinto andar não pode ser ocupado por P, M ou Q. Temos então que verificar se podemos colocar cada um dos outros atletas sem violar as regras. Para isso, podemos aproveitar as deduções da Questão 7 (obviamente se a fizemos primeiro!); nessa questão vemos que J, K e L podem ocupar o quarto e sala do quinto andar. Resta verificar se N e O também podem ocupar esse apartamento, o que pode ser feito preenchendo o diagrama e verificando as restrições. A alternativa correta é E.

Questão 6. Se J ocupa um apartamento em um andar mais baixo do que L, então qual das seguintes afirmativas é necessariamente falsa?

- (A) J ocupa o quarto e sala do segundo andar. (alternativa correta)
- (B) K ocupa o quarto e sala do quarto andar.
- (C) L ocupa a quitinete do terceiro andar.
- (D) N ocupa o quarto e sala do quarto andar
- (E) O ocupa o quarto e sala do quinto andar.

Solução

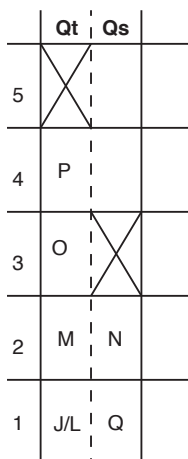
Se J ocupa um apartamento em um andar mais baixo do que L, então J ocupa a quitinete do primeiro andar. Examine então cada alternativa para verificar qual é falsa. A afirmação da alternativa A é falsa porque J ocupa o primeiro andar. Ela é portanto a alternativa correta. Todas as outras alternativas são possíveis.

Questão 7. Se P ocupa um apartamento de um andar acima de O, e O ocupa um apartamento de um andar acima de N, então qual é o máximo número de arranjos possíveis para alojar os oito atletas?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4 (alternativa correta)
- (E) 5

Solução

Aqui está o diagrama considerando as novas restrições introduzidas pela questão:



Os únicos espaços abertos no diagrama são o quitinete do primeiro andar, o quarto e sala do quarto andar e o quarto e sala do quinto andar. Vamos examinar cada uma dessas possibilidades.

Quando J está no quitinete do primeiro andar, os apartamentos quarto e sala do quarto e do quinto andares são ocupados respectivamente ou por L e K ou por K e L. De maneira similar, quando L está no quitinete do primeiro andar, os apartamentos quarto e sala do quarto e do quinto andares são ocupados respectivamente ou por J e K ou por K e J. Assim, há quatro possíveis arranjos, de forma que a alternativa correta é D.

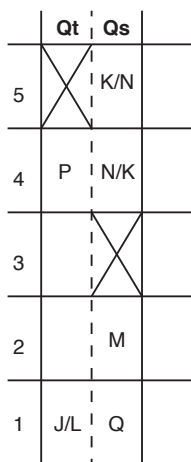
Questão 8. Suponha que M ocupe a quitinete do segundo andar, mas todas as outras condições sejam as mesmas. Qual das seguintes afirmativas poderia ser falsa?

- (A) J é alojado num andar abaixo de K. (*)
- (B) K é alojado num andar abaixo de N. (*) (alternativa correta)
- (C) L é alojado num andar abaixo de K. (*)
- (D) O é alojado num andar abaixo de N. (*)
- (E) O é alojado num andar abaixo de K. (*)

* Essa questão foi anulada por erro na formulação. O enunciado correto seria: Suponha agora que M ocupe o quarto e sala do segundo andar (ao invés da quitinete), mas todas as outras condições sejam as mesmas. Qual das seguintes afirmativas poderia ser falsa?

Por conta desse erro, todos os competidores recebem o ponto relativo a esta questão, independente da resposta dada.

Vamos analisar a questão com o enunciado correto. Aqui está o diagrama considerando que M ocupe a quitinete do segundo andar:



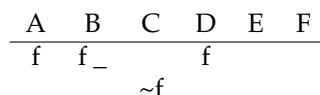
Essa restrição limita as escolhas, porque agora N e K têm apenas duas possíveis posições. Vamos então examinar as alternativas. A alternativa A é necessariamente verdadeira, porque P está no quarto andar a quitinete do quinto andar é vazia. A afirmação da alternativa B poderia ser falsa: K pode ser alojado abaixo ou acima de N. Essa é portanto a alternativa correta. C, D e E são necessariamente verdadeiras.

Biomias

Um *bioma* é um conjunto de ecossistemas (comunidades biológicas) que possuem características semelhantes devido a diferentes fatores, como por exemplo clima. Um geógrafo está criando um mapa de biomas de seis países: A, B, C, D, E e F. Cada país contém ao menos um de três tipos de biomas: floresta, savana e deserto – e nenhum outro tipo. As seguintes restrições existem:

1. D e exatamente três outros países contêm floresta.
2. F contém mais tipos de bioma do que E.
3. C não contém nenhum tipo de bioma que A contém.
4. B contém exatamente dois tipos de bioma.
5. E contém tanto savana como deserto.
6. A não contém nenhum tipo de bioma que E contém.

Das restrições podemos deduzir vários fatos. De (2) e de (5) sabemos que F tem floresta, savana e deserto, e E não tem floresta. De (5) e (6), sabemos que A contém apenas floresta. E portanto, por (3), C não contém floresta. E finalmente, por (1), sabemos que B contém floresta. Podemos então desenhar um diagrama com as informações:



Questão 9. Qual das seguintes afirmativas é necessariamente verdadeira?

- (A) Dos tipos de bioma que A contém há exatamente um tipo que B também contém. (alternativa correta)
- (B) Dos tipos de bioma que E contém há exatamente um tipo que D também contém.
- (C) Dos tipos de bioma que C contém há exatamente um tipo que D também contém.
- (D) Há mais de um tipo de bioma que ambos C e E contêm.
- (E) Há mais de um tipo de bioma que ambos B e C contêm.

Solução

Consultando o diagrama, vemos que a alternativa A é a única necessariamente verdadeira.

Questão 10. É possível determinar qual dos três tipos de bioma cada país contém para exatamente quantos dos seis países?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3 (alternativa correta)
- (D) 4
- (E) 5

Solução

Consultando o diagrama, vemos que A deve conter apenas floresta, E deve conter apenas savana e deserto, e F deve conter os três biomas. Não há informação suficiente para determinar todos os biomas dos outros países. Assim, a alternativa correta é C.

Questão 11. Qual das seguintes afirmativas é necessariamente falsa?

- (A) Exatamente um dos seis países contém exatamente um tipo de bioma.
- (B) Exatamente dois dos seis países contém exatamente um tipo de bioma cada.
- (C) Exatamente três dos seis países contém exatamente um tipo de bioma cada.
- (D) Exatamente um dos seis países contém exatamente dois tipos de bioma. (alternativa correta)
- (E) Exatamente três dos seis países contém exatamente dois tipos de bioma cada.

Solução

Consultando o diagrama, vemos que B e E têm exatamente dois biomas cada. Assim, a afirmativa da questão D é falsa, de forma que esta é a alternativa correta.

Questão 12. Qual dos seguintes pares de países poderia conter exatamente o mesmo número e os mesmos tipos de biomas cada um?

- (A) A e B
- (B) B e E
- (C) B e D (alternativa correta)
- (D) C e D
- (E) D e E

Solução

Consultando o diagrama, vamos analisar as alternativas. A alternativa A não é verdadeira, pois A e B têm números de biomas diferentes. A alternativa B não é verdadeira, pois E não contém floresta. Como B e D já têm floresta em comum, é possível que D tenha dos biomas, e como em B, estes podem ser savana e deserto sem que as restrições sejam violadas. Portanto, a alternativa C é correta. As alternativas D e E não são corretas, o que pode ser verificado no diagrama.

Questão 13. Qual das seguintes afirmativas é necessariamente verdadeira?

- (A) Há exatamente um tipo de bioma que ambos B e C contêm.
- (B) Há exatamente um tipo de bioma que ambos B e E contêm. (alternativa correta)
- (C) Há exatamente um tipo de bioma que ambos B e D contêm.
- (D) Há exatamente um tipo de bioma que ambos C e E contêm.
- (E) Há exatamente um tipo de bioma que ambos D e E contêm.

Solução

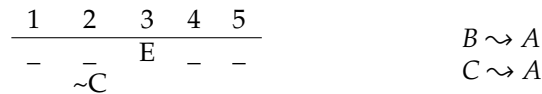
Consultando o diagrama, sabemos que B tem dois biomas, sendo um deles floresta, e o outro pode ser savana ou deserto, que são os únicos biomas de E. Portanto, a alternativa B é correta. As alternativas A, C, D e E não são corretas, o que pode ser verificado no diagrama.

Arroz e feijão

Um caminhão de entregas precisa visitar exatamente cinco supermercados – A, B, C, D e E – para entregar encomendas de pacotes de arroz e feijão. O caminhão visita cada supermercado exatamente uma vez. As seguintes restrições devem ser obedecidas:

1. O caminhão entrega arroz para todo supermercado ao qual ele entrega feijão.
2. O caminhão entrega feijão para o segundo supermercado que ele visita.
3. O caminhão entrega feijão tanto para o supermercado B como para o supermercado D.
4. O terceiro supermercado que o caminhão visita é E.
5. O caminhão visita o supermercado A em algum momento após visitar o supermercado B, e visita o supermercado C em algum momento antes de visitar o supermercado A.
6. O caminhão entrega apenas arroz ao supermercado C.

Das restrições podemos deduzir vários fatos. De (1), (2) e (6) sabemos que C não é o segundo supermercado a ser visitado. Podemos então desenhar um diagrama com as informações ($B \rightsquigarrow A$ indica que B deve ser visitado antes de A):



Questão 14. Qual das seguintes poderia ser uma ordem em que o caminhão visita os supermercados?

- (A) B, C, E, D, A
- (B) C, E, B, D, A
- (C) B, D, E, C, A
- (D) C, A, E, D, B
- (E) C, D, E, A, B

Solução

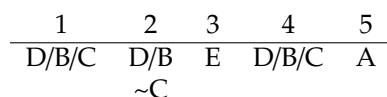
Consultando o diagrama, vemos que a alternativa C é a única que não viola as restrições. A alternativa (A) viola o fato deduzido de que C não pode ser o segundo supermercado visitado, (B) viola a restrição (4), (D) e (E) violam a restrição 5.

Questão 15. Se o caminhão visita o supermercado D em algum momento antes de visitar o supermercado A, então qual das seguintes afirmativas é necessariamente falsa?

- (A) O primeiro supermercado visitado é D.
- (B) O quinto supermercado visitado é A.
- (C) O quarto supermercado visitado é A.
- (D) O caminhão entrega arroz e feijão no quarto supermercado visitado.
- (E) O caminhão entrega apenas arroz no quinto supermercado visitado.

Solução

Se $D \rightsquigarrow A$, há três supermercados que devem ser visitados antes de A: D, B e C. Assim, A deve ser o quinto a ser visitado.



Examinando as alternativas, (C) é a única que é necessariamente falsa.

Questão 16. Se o caminhão visita o supermercado C em algum momento antes do supermercado B, então qual das afirmativas seguintes é necessariamente verdadeira?

- (A) Apenas arroz é entregue no primeiro supermercado visitado.
- (B) Apenas arroz é entregue no quarto supermercado visitado.
- (C) Feijão é entregue no quarto supermercado visitado.
- (D) Apenas arroz é entregue no quinto supermercado visitado.
- (E) Feijão é entregue no quinto supermercado visitado.

Solução

Se $C \rightsquigarrow B$, C não pode ser o quarto a ser visitado (B precisa também ser visitado antes de A). Como C não pode ser o segundo a ser visitado, ele é necessariamente o primeiro a ser visitado, e a única alternativa necessariamente verdadeira é A .

Questão 17. Se o caminhão visita o supermercado A em algum momento antes de visitar o supermercado D, então qual das afirmativas seguintes é necessariamente falsa?

- (A) O supermercado B é visitado em algum momento antes do supermercado C. (alternativa correta)
- (B) O supermercado B é visitado em algum momento antes do supermercado D.
- (C) O supermercado C é visitado em algum momento antes do supermercado D.
- (D) O caminhão entrega feijão no quarto supermercado visitado.
- (E) O caminhão entrega feijão no quinto supermercado visitado.

Solução

Se $A \rightsquigarrow D$, existe apenas uma ordem de visita possível:

1	2	3	4	5
C	B	E	A	D

Examinando as alternativas, (A) é a única que é necessariamente falsa.

Questão 18. Se o caminhão entrega feijão para cada supermercado visitado após o supermercado B, então qual das seguintes afirmativas é necessariamente verdadeira?

- (A) O quinto supermercado visitado é A.
- (B) O quarto supermercado visitado é B.
- (C) O quarto supermercado visitado é C.
- (D) O segundo supermercado visitado é B.
- (E) O primeiro supermercado visitado é C.

Solução

Se o caminhão entrega feijão para todos os visitados após B, então $C \rightsquigarrow B$. E B não pode ser o quinto (pois não haveria supermercado após ele). B deve então ser o segundo ou o quarto a ser visitado. Novamente, C deve necessariamente ser o primeiro supermercado visitado, pois quando B é o quarto visitado C não pode ser o segundo (dedução acima).

Examinando as alternativas, (E) é a única que é necessariamente verdadeira.

Estudo diário

Bia decidiu que na semana que vem vai estudar todas as noites, iniciando no domingo e terminando no sábado. Ela quer fazer a programação do que estudar em cada um dos dias, entre matemática, física, química, artes, música, história e geografia, obedecendo às seguintes restrições:

1. Ela deve estudar matemática ou na noite anterior ou na noite seguinte em que ela estudar música.
2. Ela deve estudar física ou na noite anterior ou na noite seguinte em que ela estudar ou artes ou história.
3. Ela não pode estudar geografia na noite anterior ou na noite seguinte em que ela estudar química.
4. Ela deve estudar química na segunda-feira.

Pelas restrições, temos dois blocos que devem ocorrer em dias consecutivos: (Mat,Mus) e (Fis,H/A). E sabemos que Bia não pode estudar geografia nem na segunda-feira nem na quarta-feira, pelas restrições (3) e (4). Nosso diagrama não tem muita informação a ser desenhada:

$$\begin{array}{cccccccc} D & S & T & Q & Q & S & S \\ \hline & Q & & & & & \\ \sim G & & & \sim G & & & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Mat} \rightarrow \text{Mus} \text{ ou } \text{Mus} \rightarrow \text{Mat} \\ \text{Fis} \rightarrow \text{A/H} \text{ ou } \text{A/H} \rightarrow \text{Fis} \end{array}$$

Questão 19. Qual das seguintes alternativas é uma sequência de matérias, de domingo até sábado?

- (A) Matemática, música, física, história, geografia, artes, química
- (B) Física, artes, matemática, música, química, história, geografia
- (C) Música, química, matemática, geografia, artes, física, história
- (D) História, química, física, artes, geografia, matemática, música (alternativa correta)
- (E) História, química, geografia, artes, física, matemática, música

Solução

Neste tipo de questão, basta examinar as alternativas para determinar qual não viola as restrições. As alternativas A e B violam a restrição (4), a alternativa C viola (2), a alternativa E viola (3). A única alternativa que não viola as restrições é D.

Questão 20. Se Bia estuda matemática no sábado, qual das seguintes afirmativas é necessariamente verdadeira?

- (A) Bia estuda música na quinta-feira.
- (B) Bia estuda física na terça-feira.
- (C) Bia estuda geografia na quinta-feira.
- (D) Bia estuda artes na quarta-feira.
- (E) Bia estuda história no domingo.

Solução

Se Bia estuda Matemática no sábado, deve estudar Música na sexta-feira. Então ela deve estudar o bloco (Fis,A/H) na terça e quarta-feira. Assim ela obrigatoriamente estuda Geografia na quinta-feira. Assim, a alternativa correta é C. Todas as outras alternativas não são necessariamente verdadeiras.

$$\begin{array}{cccccccc} D & S & T & Q & Q & S & S \\ \hline & Q & \text{Fis,A/H} & \text{A/H,Fis} & G & \text{Mus} & \text{Mat} \\ \sim G & & \sim G & & & & \end{array}$$

Questão 21. Se Bia estuda história na quinta-feira, o dia que ela deve estudar artes é:

- (A) domingo
- (B) terça-feira
- (C) quarta-feira
- (D) sexta-feira
- (E) sábado

Solução

Se Bia estuda História na quinta-feira, deve estudar Música na sexta-feira. Então ela deve estudar o bloco (Mat,Mus) na terça e quarta-feira. Assim ela obrigatoriamente estuda Geografia no sábado e Artes no domingo. Portanto a alternativa correta é A.

D	S	T	Q	Q	S	S
A	Q	Mat/Mus	Mus/Mat	H	Fis	G
$\sim G$		$\sim G$				

Questão 22. Se Bia estuda física no sábado, qual das seguintes alternativas é necessariamente verdadeira?

- (A) Bia estuda história na sexta-feira.
- (B) Bia estuda geografia na quinta-feira.
- (C) Bia estuda música na quarta-feira.
- (D) Bia estuda matemática na terça-feira.
- (E) Bia estuda artes no domingo.

Solução

Se Bia estuda Física no sábado, deve estudar Música na Artes ou História na sexta-feira. Então ela deve estudar o bloco (Mat,Mus) na terça e quarta-feira. Assim ela obrigatoriamente estuda Geografia na quinta-feira. Portanto a alternativa correta é B.

D	S	T	Q	Q	S	S
A/H	Q	Mat/Mus	Mus/Mat	G	Fis	H/A
$\sim G$		$\sim G$				

Questão 23. Qual das seguintes é uma noite em que ela poderia estudar geografia?

- (A) Domingo
- (B) Terça-feira
- (C) Quarta-feira
- (D) Sexta-feira
- (E) Sábado

Solução

Bia não pode estudar Geografia nem no domingo nem na terça-feira por (3) e (4). E como temos dois blocos de duas noites para alocar, ela pode estudar Geografia somente na quinta-feira ou no sábado. Portanto, a resposta é a alternativa A.

Formatura

A Comissão de Formatura da escola está escolhendo o orador da turma na cerimônia de formatura. Ficou decidido que neste ano uma menina seria a oradora da turma. Exatamente sete alunas – Fernanda, Guta, Hortênsia, Iara, Júlia, Kátia e Lia – foram selecionadas para uma entrevista. Cada aluna será entrevistada exatamente uma vez, de acordo com as seguintes restrições:

1. Iara será a primeira ou a última entrevistada.
2. Ou Guta ou Júlia deve ser a quarta entrevistada.
3. Hortênsia é entrevistada imediatamente antes de Lia.
4. Guta é entrevistada em algum momento antes de Kátia.
5. Júlia não é entrevistada imediatamente antes ou imediatamente após Kátia.

A única dedução possível é que Kátia não pode ser a terceira entrevistada: se J for a quarta entrevistada, isso violaria (5); se G for a quarta entrevistada, isso violaria (4). Considerando as condições, temos:

1	2	3	4	5	6	7	$H \rightarrow L$
I			G/J			I	$G \rightsquigarrow K$
		$\sim K$					$J \not\rightarrow K$
							$K \not\rightarrow J$

Questão 24. Qual das seguintes poderia ser uma lista completa e correta da ordem em que as estudantes são entrevistadas, da primeira à última?

- (A) Hortênsia, Lia, Kátia, Guta, Fernanda, Júlia, Iara
- (B) Iara, Fernanda, Guta, Júlia, Kátia, Hortênsia, Lia
- (C) Iara, Hortênsia, Lia, Guta, Júlia, Fernanda, Kátia (alternativa correta)
- (D) Iara, Hortênsia, Guta, Júlia, Fernanda, Kátia, Lia
- (E) Guta, Hortênsia, Lia, Júlia, Iara, Kátia, Fernanda

Solução

Neste tipo de questão, basta examinar as alternativas para determinar qual não viola as restrições. A alternativa A viola a restrição (4), a alternativa B viola (5), a alternativa D viola (3), a alternativa E viola (1). A única alternativa que não viola as restrições é C.

Questão 25. Se Guta é entrevistada imediatamente após Lia, então qual das seguintes afirmativas poderia ser verdadeira?

- (A) Hortênsia é a quinta entrevistada.
- (B) Fernanda é a segunda entrevistada.
- (C) Guta é a última entrevistada.
- (D) Júlia é a primeira entrevistada. (alternativa correta)
- (E) Guta é a segunda entrevistada

Solução

Se Guta é entrevistada imediatamente após Lia, temos um bloco de três meninas que devem ser entrevistadas consecutivamente: $H \rightarrow L \rightarrow G$. Esse bloco não pode iniciar com Hortênsia sendo a quinta entrevistada, pois violaria (4). Ou seja, esse bloco deve se iniciar ou com Hortênsia sendo a primeira ou a segunda entrevistada. Analisando as alternativas, a única que pode ser verdadeira é D.

Questão 26. Qual estudante não pode ser a primeira entrevistada?

- (A) Fernanda
- (B) Júlia
- (C) Guta
- (D) Kátia (alternativa correta)
- (E) Hortênsia

Solução

Consultando o diagrama, vemos que não temos restrições marcadas para a primeira entrevistada. Vamos analisar as alternativas considerando as restrições da tarefa. Por (3), sabemos que Lia não pode ser a primeira entrevistada. E por (4), sabemos que Katia não pode ser a primeira entrevistada. Fernanda, Júlia, Guta, Hortênsia e Iara não têm restrições para ser a primeira entrevistada. Analisando as alternativas, D é a correta.

Questão 27. Se a sexta estudante entrevistada é Hortênsia, então qual estudante é necessariamente a primeira entrevistada?

- (A) Lia
- (B) Iara (alternativa correta)
- (C) Júlia
- (D) Guta
- (E) Fernanda

Solução

Se Hortênsia é a sexta a ser entrevistada, por (3) Lia é a última entrevistada. Então, por (1) Iara é a primeira a ser entrevistada, de forma que a alternativa correta é B.

Questão 28. Se Fernanda é a segunda entrevistada, então qual estudante poderia ser a terceira entrevistada?

- (A) Júlia (alternativa correta)
- (B) Hortênsia
- (C) Iara
- (D) Lia
- (E) Kátia

Solução

Se Fernanda é a segunda a ser entrevistada, o bloco $H \rightarrow L$ deve iniciar na quinta-feira ou na sexta-feira. Nos dois casos, Guta não pode ser a outra entrevistada dos três últimos lugares, por (4). E, também, as alternativas B e D estão incorretas. A alternativa C é incorreta porque viola (1). Restam as alternativas A e E. Já deduzimos que Katia não pode ser a terceira entrevistada, de forma que a alternativa E também é incorreta. Já Júlia pode ser a terceira terceira entrevistada sem violar as restrições:

1	2	3	4	5	6	7
I	F	G	J	H	L	K
			~K			

A alternativa correta é portanto A.

Questão 29. Cada uma das afirmativas a seguir é falsa, exceto:

- (A) Hortênsia é a terceira entrevistada.
- (B) Lia é a quinta entrevistada.
- (C) Kátia é a terceira entrevistada.
- (D) Guta é a primeira entrevistada. (alternativa correta)
- (E) Guta é a sétima entrevistada.

Solução

Vamos analisar as alternativas. As alternativa A e B são falsas por (3) junto com (2), a alternativa C já deduzimos que é falsa, e a alternativa E é falsa por (4). A única alternativa que não é falsa é D, pois G pode ser a primeira entrevistada, por exemplo:

1	2	3	4	5	6	7
G	K	F	J	H	L	I
		~K				

A alternativa correta é portanto D.

Escola de Música

Cada uma das cinco professoras de uma escola de música para crianças – I, J, K, M e P – dão aulas de um ou mais dos seguintes instrumentos: flauta, gaita, piano e violão. As professoras não dão aulas de nenhum outro instrumento. As seguintes condições são obedecidas:

1. P e J não dão aulas do mesmo instrumento.
2. Apenas duas professoras dão aulas de gaita.
3. M dá aulas de mais instrumentos do que K.
4. K dá aulas somente de piano e violão.
5. I dá aulas de mais instrumentos do que qualquer outra professora da escola.
6. M dá aulas de gaita.

Das restrições podemos deduzir vários fatos. Por (3) e (4), M dá aulas de mais do que dois instrumentos; então, por (5), I dá aulas de quatro instrumentos e M de três instrumentos. Por (6) e por (2), e porque I também dá aula de gaita, J, K e P não dão aula de gaita. Podemos então desenhar um diagrama com as informações:

	flauta	gaita	piano	violão
I	✓	✓	✓	✓
J		×		
K	×	×	✓	✓
M		✓		
P		×		

$M = \{\text{gaita}, _, _ \}$

Questão 30. Se apenas uma das cinco professoras dá aulas de flauta, então qual das alternativas seguintes poderia ser verdadeira?

- (A) Exatamente dois dos instrumentos que K e J dão aulas são os mesmos.
- (B) Exatamente dois dos instrumentos que M e J dão aulas são os mesmos.
- (C) Exatamente dois dos instrumentos que K e M dão aulas são os mesmos.
- (D) Exatamente dois dos instrumentos que I e P dão aulas são os mesmos.
- (E) Exatamente dois dos instrumentos que J e I dão aulas são os mesmos.

Solução

Se apenas uma professora dá aula de flauta, essa professora é I, e M deve dar aulas de piano e violão. Podemos inserir essa informação no diagrama:

	flauta	gaita	piano	violão
I	✓	✓	✓	✓
J	×	×		
K	×	×	✓	✓
M	×	✓	✓	✓
P	×	×		

$M = \{\text{gaita}, \text{piano}, \text{violão}\}$

Consultando o novo diagrama, vamos analisar as alternativas. A alternativa A é falsa: K dá aula de piano e violão, mas J pode dar aula apenas de um desses instrumentos, pois P tem que dar aula do outro desses instrumentos. A alternativa B é falsa por um motivo similar: J e P dão aulas de um instrumento cada um, têm que dar aulas de instrumentos distintos e há somente piano e violão disponíveis. As alternativas D também são falsas porque J e P dão aula de apenas um instrumento. Assim, a única alternativa correta é C.

Questão 31. Qual das seguintes alternativas é necessariamente verdadeira?

- (A) K e J dão aulas de exatamente o mesmo número de instrumentos.
- (B) J e P dão aulas de exatamente o mesmo número de instrumentos.
- (C) M dá aulas de pelo menos um instrumento a mais do que P.
- (D) P dá aulas de pelo menos um instrumento a mais do que K.
- (E) I dá aulas de pelo menos dois instrumentos a mais do que M.

Solução

Consultando o diagrama, vamos analisar as alternativas. A alternativa A não é necessariamente verdadeira: J pode dar aula apenas de flauta, por exemplo. A alternativa B é falsa: há três instrumentos disponíveis para J e P darem aula, mas P pode dar aula de no máximo dois instrumentos (pois J deve dar aula de um instrumento que P não dá), ou similarmente J pode dar aula de no máximo dois instrumentos (pois P deve dar aula de um instrumento que J não dá). A alternativa D é falsa: P dá no máximo aula de dois instrumentos, assim como a alternativa E é falsa: I dá aula de quatro instrumentos, e M de três. A alternativa correta é C.

Questão 32. Se J e M dão aulas de flauta, então qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

- (A) Dois dos instrumentos que tanto K como J dão aulas são os mesmos.
- (B) Dois dos instrumentos que tanto M como P dão aulas são os mesmos.
- (C) M e K não dão aulas de um mesmo instrumento.
- (D) K e P não dão aulas de um mesmo instrumento.
- (E) M e P não dão aulas de um mesmo instrumento.

Solução

Se J dá aula de flauta, por (1) P não dá aula de flauta. O novo diagrama é:

	flauta	gaita	piano	violão
I	✓	✓	✓	✓
J	✓	×		
K	×	×	✓	✓
M	✓	✓		
P	×	×		

$M = \{gaita, flauta, _ \}$

Consultando o novo diagrama, vamos analisar as alternativas. A alternativa A é falsa: K dá aula de piano e violão, mas J pode dar aula apenas de um desses instrumentos, pois P tem que dar aula do outro desses instrumentos. A alternativa B é falsa por um motivo similar: J e P dão aulas de um instrumento cada um, têm que dar aulas de instrumentos distintos e há somente piano e violão disponíveis. As alternativas D e E também são falsas porque J e P dão aula de apenas um instrumento. Assim, a única alternativa correta é C.

Questão 33. Se J e exatamente duas outras professoras dão aulas de piano, então qual das seguintes afirmativas é necessariamente verdadeira?

- (A) M e P não dão aulas de um mesmo instrumento.
- (B) Ao menos um instrumento que tanto M como J dão aulas é o mesmo.
- (C) Ao menos um instrumento que tanto M como P dão aulas é o mesmo.
- (D) Ao menos um instrumento que tanto K como P dão aulas é o mesmo.
- (E) Ao menos dois instrumentos que tanto K como J dão aulas são os mesmos.

Solução

Se J dá aula de piano, por (1) P não dá aula de piano. As duas outras professoras que dão aula de piano são I e K. Assim, sabemos que nem M nem P dão aula de piano. Portanto M dá aula de flauta e violão. O novo diagrama é:

	flauta	gaita	piano	violão
I	✓	✓	✓	✓
J		×	✓	
K	×	×	✓	✓
M	✓	✓	×	✓
P		×	×	

$M = \{gaita, flauta, violão\}$

Consultando o novo diagrama, vamos analisar as alternativas. A alternativa A é falsa: P dá aula de flauta ou violão, instrumentos que M também dá aula. As alternativas B e E são falsas: J pode por exemplo dar aula apenas de piano. A alternativa D também é falsa: P pode dar aula apenas de flauta. Assim, a única alternativa correta é C: P deve dar aula de flauta ou violão, e M dá aula de ambos.

Questão 34. Qual das seguintes alternativas poderia ser verdadeira?

- (A) M dá aulas de flauta e piano mas não de gaita ou violão.
- (B) I dá aulas de flauta, piano e gaita, mas não de violão.
- (C) K dá aulas de gaita mas não de piano ou violão.
- (D) P dá aulas de flauta e violão mas não de gaita ou piano.
- (E) J dá aulas de flauta, piano e violão, mas não de gaita.

Solução

Consultando o diagrama, vamos analisar as alternativas. A alternativa A é falsa porque viola (6). A alternativa B é falsa porque I dá aula de todos os instrumentos, a alternativa C é falsa porque viola (4). A alternativa E é falsa porque não deixaria aula possível para P. A alternativa D é a correta: P pode dar aula de flauta e violão e J dar aula de piano.