OBI2012

Caderno de Soluções

Modalidade **Iniciação** • Nível **2**, Fase **2**

26 de maio de 2012

Promoção:

Sociedade Brasileira de Computação

Patrocínio:

Fundação Carlos Chagas

Questão 1. Alternativa C.

(A) Se essa fosse a resposta, a resposta da questão 2 seria B, a resposta da questão 3 seria C, e então a resposta da questão 1 seria D ao invés de A.
(B) Se essa fosse a resposta, a resposta da questão 2 seria E, a resposta da questão 3 seria E, e então a resposta da questão 1 seria E ao invés de B.
(C) Se essa fosse a resposta, a resposta da questão 2 seria D, a resposta da questão 3 seria B, e então a resposta da questão 1 seria C, ou seja, a alternativa C é uma resposta possível para essa questão.
(D) Se essa fosse a resposta, a resposta da questão 2 seria D, a resposta da questão 3 seria C, e então a resposta da questão 1 seria A ao invés de D.
(E) Se essa fosse a resposta, a resposta da questão 2 seria A, a resposta da questão 3 seria A, e então a resposta da questão 1 seria B ao invés de E.

Questão 2. Alternativa D.

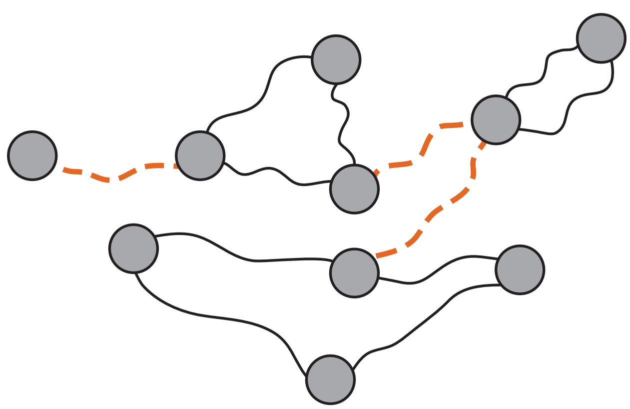
A alternativa correta dessa questão é D, de acordo com a explicação da questão 1.

Questão 3. Alternativa B.

A alternativa correta dessa questão é B, de acordo com a explicação da questão 1.

Questão 4. Alternativa A.

A imagem abaixo mostra as 3 possíveis cordas que Wanderley pode cortar



Questão 5. Alternativa E.

Quatro estradas são suficientes para conectar os cinco bairros, por exemplo construindo as estradas de 1 a 2, 1 a 3, 1 a 4 e 1 a 5.

Questão 6. Alternativa C.

O número máximo pode ser atingido construindo todas as estradas possíveis utilizando quatro bairros, totalizando 6 estradas, além de mais uma última estrada ligando um dos quatro bairros até o quinto bairro ainda não utilizado.

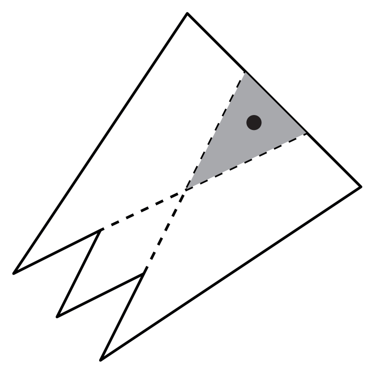
Questão 7. Alternativa E.

Todos os motoristas são obrigados a esperar pelo preenchimento do primeiro caminhão; logo ele deve ser o menor possível, ou seja, o primeiro caminhão deve ser F. O mesmo argumento mostra que os caminhões devem ser enchidos em ordem crescente de capacidade.

Questão 8. Alternativa C.

A nova torneira triplica a vazão da fonte. Antes os caminhões eram enchidos em 210 minutos, logo agora eles precisam de pelo menos 70 minutos para serem preenchidos; isso é atingido quando, por exemplo, C e F abastacem na torneira lenta, e os outros caminhões abastecem na torneira rápida.

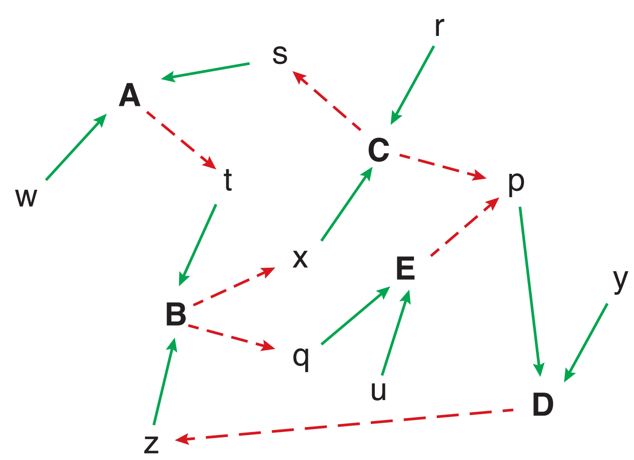
Questão 9. Alternativa B.



Qualquer guarda na região sombreada enxerga todas as paredes do museu.

Questão 10. Alternativa B.

A figura abaixo ilustra a situação descrita, onde seta verde indica um livro que o aluno já tem, e seta vermelha um livro que o aluno precisa:



Note que podem ser identificados dois ciclos de dependências que causam o impasse:

- Ciclo 1: A precisa de t, que está com B, que precisa de x, que está com C, que precisa de s, que está com A.
- Ciclo 2: B precisa de q, que está com E, que precisa de p, que está com D, que precisa de z, que está com B.

Note que B é o único aluno que faz parte dos dois ciclos. Assim, se ele retornar seus livros os dois ciclos são quebrados, e portanto a resposta correta é B. Vamos examinar com mais detalhe cada uma das alternativas.

Se A devolver todos os seus livros, C consegue reservar s, mas continua esperando por p e portanto não consegue terminar seu trabalho (Ciclo 2 faz o impasse continuar).

Se B devolver todos os seus livros, A pode reservar t e terminar seu trabalho; e D pode reservar z e terminar seu trabalho. Quando A e D devolvem todos os seus livros, C pode reservar p e s e terminar seu trabalho. Quando C devolve todos os seus livros, E pode reservar p e terminar seu trabalho. Quando E devolve todos os seus livros, B pode reservar q,t,z e z e terminar seu trabalho.

Se C devolver todos os seus livros, B consegue reservar x, mas continua esperando por q e portanto não consegue terminar seu trabalho.

Se D devolver todos os seus livros, E consegue reservar p e termina seu trabalho. Quando E devolve seus livros, C pode reservar p, mas continua esperando por s. B também pode reservar q, mas continua esperando por x (Ciclo 1 faz o impasse continuar).

Se E devolver todos os seus livros, B consegue reservar q, mas continua esperando por x (Ciclo 1 faz o impasse continuar).

Situações de impasse são muito conhecidas e estudadas em computação, e várias técnicas são empregadas em grandes sistemas de computação (por exemplo na área bancária) para evitar e resolver impasses.

Portão

Questão 11. Alternativa D.

$74 \times 74 = 5\mathbf{47}6$. Os dígitos do meio de 74^2 são, portanto, 47.

Questão 12. Alternativa A.

$83^2 = 6\mathbf{88}9$. $77^2 = 5\mathbf{92}9$. $74^2 = 5\mathbf{47}6$. $88^2 = 7\mathbf{74}4$. $44^2 = 1\mathbf{93}6$.

Questão 13. Alternativa B.

Se n é a senha do portão, n^2 pode ser $060x$, $160x$, $\ldots$, $960x$. Em cada caso, isso limita n a um dos intervalos: $\left[\sqrt{0600}, \sqrt{0609}\right]$, $\left[\sqrt{1600}, \sqrt{1609}\right]$, $\ldots$, $\left[\sqrt{9600}, \sqrt{9609}\right]$. Quatro inteiros pertencem a um desses intervalos: 40, 51, 60 e 98.

Questão 14. Alternativa A. (Note Errata – originalmente E)

Para uma destas senhas, $n^2 - 10n$ tem os dois dígitos centrais iguais a zero, e portanto está em um dos intervalos $[0000, 0009]$, $[1000, 1009]$, $\ldots$, $[9000, 9009]$. Resolvendo as dez inequações resultantes, apenas as senhas 00, 10, 50, 60 correspondem a algum dos intervalos.

Errata – na solução originalmente divulgada, faltou contalibizar a senha 00.

Festa na escola

Questão 15. Alternativa B.

A única alternativa possível é a B. Pode-se levar por exemplo a garrafa de 3 litros cheia de suco de laranja, a garrafa de 7 litros parcialmente cheia com 5 litros de suco de laranja e a garrafa de 5 litros com 4 litros de suco de uva.

Questão 16. Alternativa C.

Ele deve utilizar uma estratégia "gulosa", utilizando as garrafas de forma ordenada, da maior capacidade para a menor capacidade. Por exemplo, ele pode utilizar as garrafas de 7 litros, 5 litros e 4 litros, perfazendo três garrafas.

Ele não consegue utilizar apenas duas garrafas (pois as duas garrafas de maior capacidade podem conter 12 litros), e não precisa de quatro garrafas.

Questão 17. Alternativa D.

O total de suco que ele consegue levar é $7+5+4+4+3 = 23$ litros, o que elimina as alternativas A e B. As alternativas C e E não são possíveis com as garrafas disponíveis. A única alternativa possível é D; por exemplo, ele pode levar o suco de laranja nas garrafas de 5 e 4 litros, o suco de uva nas garrafas de 7 e 3 litros, e o suco de morango na garrafa de 4 litros.

Questão 18. Alternativa B.

As possibilidades são:

- Uma garrafa: $3, 4, 5, 7$
- Duas garrafas: $3+4, 3+5, 3+7, 4+5, 4+7, 5+7$
- Três garrafas: $3+4+4, 3+4+5, 3+4+7, 3+5+7, 4+4+5, 4+4+7, 4+5+7$
- Quatro garrafas: $3+4+4+5, 3+4+4+7, 3+4+5+7, 4+4+5+7$
- Cinco garrafas: $3+4+4+5+7$

Das alternativas, a única com que pode ser realizada é $4+4+5 = 13$.

Questão 19. Alternativa C.

- Sem a garrafa de 3 litros, as possibilidades são: $4, 5, 7, 4+4, 4+5, 4+7, 5+7, 4+5+7$.
- Sem uma garrafa de 4 litros, as possibilidades são: $3, 4, 5, 7, 3+4, 3+5, 3+7, 4+5, 4+7, 5+7, 3+4+5, 3+4+7, 3+5+5, 4+5+7$.
- Sem a garrafa de 5 litros, as possibilidades são: $3, 4, 7, 3+4, 3+7, 4+7, 3+4+7, 4+4+7$.
- Sem a garrafa de 7 litros, as possibilidades são: $3, 4, 5, 3+4, 3+5, 4+4, 4+5, 3+4+4, 3+4+5, 4+4+5$.

A alternativa A não pode ser realizada mesmo com todas as garrafas.

A alternativa B não pode ser realizada sem as garrafas de 3 e de 7 litros.

A alternativa C pode ser realizada sem a garrafa de 3 litros (4 + 7), sem uma garrafa de 4 litros (4 + 7), sem a garrafa de 5 litros (4 + 7) e sem a garrafa de 7 litros (3 + 4 + 4).

A alternativa D não pode ser realizada sem a garrafa de 5 litros.

A alternativa E não pode ser realizada sem a garrafa de 5 litros.

Plantação de Verduras

Questão 20. Alternativa B.

Como Repolho foi escolhido, Alface deve ser escolhida, de forma que três áreas serão plantadas com Alface, Ervilha e Repolho. Isso deixa apenas uma área faltando para ser plantada, e três possibilidades: Batata, Cenoura e Feijão. Como Cenoura ou Batata devem ser escolhidas, uma destas deve ser plantada. Mas Batata não pode ser escolhida, pois Ervilha não poderia ser plantada, já que Repolho está sendo plantado.

Questão 21. Alternativa D.

Alternativa A viola regra de que Ervilha não pode ser escolhida com Repolho e Batata. Alternativa B viola regra de que Cenoura não pode ser escolhida com Ervilha e Feijão. Alternativa C viola regra de que Batata não pode ser escolhida com Cenoura. Alternativa E viola regra de que Cenoura não pode ser escolhida com Ervilha e Feijão.

Questão 22. Alternativa A.

Se Batata não vai ser escolhida, Cenoura deve ser escolhida. As possibilidades são:

- C, A, E, F – viola a regra de que Ervilha e Feijão não podem ser escolhidos com Cenoura.
- C, A, E, R – OK
- C, A, F, R – OK
- C, E, F, R – viola a regra de que Ervilha e Feijão não podem ser escolhidos com Cenoura.

Questão 23. Alternativa B.

As possibilidades são:

- A, B, C, E, F, R – viola a regra de que Batata e Cenoura não podem ser escolhidas juntas.
- A, C, E, F, R – viola a regra de que Ervilha e Feijão não podem ser escolhidos com Cenoura.
- A, B, E, F, R – viola a regra de que Repolho e Batata não podem ser escolhidos com Ervilha.

Questão 24. Alternativa D.

As possibilidades são:

- F, A, B, C – Batata e Cenoura não podem ser escolhidas juntas.
- F, A, B, E – OK
- F, A, B, R – OK
- F, A, C, E – Ervilha e Feijão não podem ser escolhidos com Cenoura
- F, A, C, R – OK

- F, A, E, R – Cenoura ou Batata deve ser escolhida.
- F, B, C, E – Batata e Cenoura não podem ser escolhidas juntas.
- F, B, C, R – Batata e Cenoura não podem ser escolhidas juntas.
- F, B, E, R – Repolho e Batata não podem ser escolhidos com Ervilha.
- F, C, E, R – Ervilha e Feijão não podem ser escolhidos com Cenoura

Sabadão de Jogos

Questão 25. Alternativa C.

Horário joga entre seis e oito jogos. No máximo quatro desses são de Aventura e Corrida, portanto Horácio deve jogar pelo menos outros dois jogos. Esses dois jogos devem ser uma combinação de Batalha e Esportes. Como há apenas um jogo de Esportes, ao menos um jogo deve ser de Batalha.

Questão 26. Alternativa C.

Se Horácio joga ao menos dois jogos de Corrida, ele não pode jogar mais do que dois jogos de Batalha. Horácio deve jogar ao menos um jogo de Batalha, então ele deve jogar um ou dois jogos de Batalha. Como o maior número de jogos de qualquer combinação entre Aventura e Corrida é quatro, e como Horácio joga ao menos dois de Corrida, ele joga no máximo dois de Aventura. Portanto, Horácio deve jogar pelo menos dois de Corrida e um ou dois de Batalha, e *pode* jogar no máximo dois de Aventura.

Assim, se Horácio fosse jogar o maior número de jogos possível nesse cenário sem jogar o jogo de Esporte, ele jogaria seis jogos: dois de Batalha e quatro de uma combinação de Aventura e Corrida. A única forma de incluir o jogo de Esporte é jogar mais de Aventura do que de Batalha. O maior número de jogos de Aventura que pode ser incluído é dois e o menor número de jogos de Batalha é um, então se o jogo de Esportes fosse incluído Horácio deveria jogar dois jogos de Aventura e um de Batalha. Ou seja, incluir o jogo de Esporte significaria jogar um de Batalha, dois de Aventura, dois de corrida, totalizando novamente seis jogos. Portanto, se Horácio joga ao menos dois jogos de corrida, ele não pode jogar mais do que seis jogos (embora possa jogar menos do que seis).

Questão 27. Alternativa E.

Se Horácio joga o jogo de Esportes, ele deve jogar mais jogos de Aventura do que de Batalha. Horácio deve jogar ao menos um de Batalha, então ele deve jogar ao menos dois de Aventura. De acordo com as regras, ele deve jogar um total de três ou quatro jogos de Aventura e Corrida. Como neste caso Horácio joga pelo menos dois de Aventura, ele joga no máximo dois de Corrida.

Questão 28. Alternativa C.

(A) incorreta porque Horácio pode jogar no máximo um de Corrida. (B) é incorreta porque se há mais jogos de Aventura do que de Batalha o jogo de Esportes deve ser incluído. (C) é correta, não viola nenhuma regra. (D) é incorreta porque Horácio jogaria nove jogos. (E) é incorreta porque se o jogo de Esporte é incluído, deve haver mais jogos de Aventura do que de Batalha.

Questão 29. Alternativa A.

Como Horácio joga oito jogos, e o número máximo de jogos de Aventura e Corrida é quatro, ele deve jogar quatro jogos de uma combinação de Batalha e Esporte. Como há apenas um jogo de Esporte, Horácio deve jogar três de Batalha.

Questão 30. Alternativa B.

Se Horácio joga dois jogos de Corrida, ele deve jogar um ou dois de Aventura. Se Horácio joga apenas um de Aventura, para jogar o mínimo de seis jogos ele deve jogar três outros jogos entre Batalha e Esporte. Entretanto, se ele joga apenas um de Aventura, não pode jogar mais Aventura do que Batalha, de forma que ele não pode jogar o de Esporte. Portanto, se Horácio joga apenas um jogo de Aventura, ele deve jogar pelo menos três de Batalha. No entanto, pelas regras, se Horácio joga dois jogos de Corrida, ele não pode jogar mais do que dois jogos de Batalha, de forma que é impossível para Horácio jogar apenas um jogos de Aventura; ele deve jogar dois de Aventura. Note que não é possível determinar se Horácio joga ou não o jogo de Esporte, porque como ele joga dois de Corrida e dois de Aventura, ele pode jogar dois de Batalha ou um de Batalha e o de Esporte.