

OBI

OLIMPÍADA BRASILEIRA
DE INFORMÁTICA

OBI2003

CADERNO DE TAREFAS – MODALIDADE INICIAÇÃO

SOLUÇÕES

31/5/2003 • 9:00 às 11:00

LEIA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUÇÕES ANTES DE INICIAR A PROVA

1. É proibido consultar livros, anotações ou qualquer outro material durante a prova.
2. Todas as questões têm o mesmo valor na correção.
3. A prova é individual.

Este caderno de questões é composto de 7 páginas, numeradas de 1 a 7. Confira se o caderno está completo.

Sociedade Brasileira de Computação

<http://www.sbc.org.br>

Email: sbcsbc@sbcsbc.org.br

Palíndromes

Uma cadeia de caracteres é chamada de *palíndrome pura* se a seqüência de caracteres da esquerda para a direita é igual à seqüência de caracteres da direita para a esquerda (uma outra definição é que o primeiro caractere da cadeia deve ser igual ao último caractere, o segundo caractere seja igual ao penúltimo caractere, o terceiro caractere seja igual ao antepenúltimo caractere, e assim por diante). Por exemplo, as cadeias de caracteres ‘MIM’ , ‘AXXA’ e ‘ANANAGANANA’ são palíndromes puras.

Uma outra definição de palíndrome utiliza comparações entre caracteres, considerando que os caracteres são ordenados crescentemente de A até Z, ou seja, $A < B < C < \dots < Z$. Uma cadeia de caracteres é chamada de *palíndrome quebrada* se a seqüência de resultados da comparação entre o primeiro e o segundo caracteres é igual ao resultado da comparação entre o último e o penúltimo caractere, e o resultado da comparação entre o segundo e o terceiro caracteres é igual ao resultado da comparação entre o penúltimo e o antepenúltimo caracteres, e assim por diante. Por exemplo, as cadeias ‘MIN’ e ‘ASSOCFUUS’ são palíndromes quebradas. Obviamente, toda cadeia que é palíndrome pura é também palíndrome quebrada.

1. Qual das seguintes cadeias é palíndrome quebrada:
 - (A) TODOS
 - (B) AZULMARINHO
 - (C) NAOMARQUEAQUI
 - (D) PROGRAMAR
 - (E) FIM

SOLUÇÃO: alternativa A

- A alternativa A é correta, pois $T > O > D$ e $S > O > D$.
- A alternativa B não é correta, pois $A < Z$ mas $O > H$.
- A alternativa C não é correta, pois $N > A$ mas $I < U$.
- A alternativa D não é correta, pois $P < R$ mas $R > A$.
- A alternativa E não é correta, pois $F < I$ mas $M > I$.

2. Considere as seguintes cadeias:
 - (i) BIT
 - (ii) AAAEAEAEAAA
 - (iii) SUBINOONIBUS
 - (iv) TIPOERROTUDO
 - (v) ERAREHUMANO

Qual das seguintes afirmações é correta?

- (A) (i) e (ii) são palíndromes puras.
- (B) (iv) e (v) são palíndromes quebradas
- (C) (ii) não é palíndrome pura.
- (D) (iii) é palíndrome pura e (iv) é palíndrome quebrada.
- (E) (v) é palíndrome quebrada.

SOLUÇÃO: alternativa D, pois

- BIT não é palíndrome quebrada: B < I, mas T > I
- AAAEAEAEAAA é palíndrome pura
- SUBINOONIBUS é palíndrome pura
- TIPOERROTUDO é palíndrome quebrada, pois
 - T > I < P > O > E < R = R
 - O > D < U > T > O < R = R
- ERAREHUMANO não é palíndrome quebrada pois E < R mas O > N.

Roland Garros

No torneio de Roland Garros, um dos mais tradicionais torneios de tênis do mundo, realizado em Paris, participam 128 tenistas. Em cada partida, participam dois jogadores, sendo que o vencedor passa para a próxima fase, e o perdedor é eliminado do torneio. A cada rodada, os tenistas que ainda continuam no torneio participam de exatamente uma partida.

3. Qual o número total de partidas deste torneio?

- (A) 64
- (B) 65
- (C) 127
- (D) 128
- (E) nenhuma das acima

SOLUÇÃO: alternativa C.

Na primeira rodada há 64 jogos, na próxima rodada 32, depois 16, 8, 4, 2 e 1. A soma do número de jogos é portanto 127.

4. Quantas rodadas existem, no total, durante o torneio?

- (A) 8
- (B) 9
- (C) 10
- (D) 16
- (E) nenhuma das acima

SOLUÇÃO: alternativa E.

Na primeira rodada há 64 jogos, na próxima rodada 32, depois 16, 8, 4, 2 e 1. O total de rodadas é portanto 7.

Cavalo

O jogo de xadrez, além de ser um jogo que exige bastante raciocínio, é uma ótima fonte de quebra-cabeças. Esta tarefa trata de um destes quebra-cabeças, envolvendo os movimentos de uma de suas peças, o cavalo. Os movimentos do cavalo são ditos em 'L', pois ele sempre deve andar duas

	•		•	
•				•
		C		
•				•
	•		•	

casas em uma direção e uma casa na direção perpendicular. A figura acima ilustra os possíveis movimentos do cavalo, onde o caractere 'C' indica a posição inicial e o caractere '•' representa as possíveis posições finais. É importante notar que o cavalo é a única peça que pode saltar sobre outras peças do xadrez. Note ainda que na representação que usamos não distinguimos casas brancas de casas pretas no tabuleiro.

Usando os movimentos do cavalo, você deve determinar qual o número mínimo de movimentos do cavalo para ir de uma casa *Início* até uma casa *Final*, sendo proibido que o cavalo 'pare' sobre algumas casas especificadas durante a seqüência de movimentos.

São fornecidas várias configurações do tabuleiro (8 por 8 casas), com as casas marcadas com os seguintes valores: - I: início - F: Final - X: proibido.

Exemplo:

I			X	2			
		1	X			3	
X	X	X	X	X	X	X	X
	2		X				F
			X				
3		3	X				
			X				
			X				

Número mínimo de movimentos: 4

A maneira mais fácil de resolver este problema é numerar seqüencialmente as posições que podem ser alcançadas pelo cavalo. Inicialmente, colocamos 1 em cada posição que o cavalo pode alcançar a partir da posição inicial. Depois numeramos com 2 todas as posições ainda não marcadas que podem ser alcançadas a partir das posições numeradas com 1, e assim sucessivamente até alcançar a posição final.

I			X	2			
		1	X				
X	X	X	X	X	X	X	X
	2		X				
			X				
		F	X				
			X				
			X				

5. Número mínimo de movimentos:

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6
- (E) Impossível

Solução: alternativa A.

I							
				X		X	
			X			X	X
				X	1	X	
			X				F
				X	1	X	
			X			X	X

6. Número mínimo de movimentos:

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8
- (E) Impossível

Solução: alternativa E. Note que como há muitas posições proibidas mais perto da posição final, é mais eficiente iniciar o processo de numeração a partir da posição final.

3	2	3	2	3	2	3	4
4	1	2	1	4	3	4	3
1	2	3	2	X	2	3	4
2	3	I	X	X	3	4	3
1	2	X	X	X	X	X	4
	X	X	X	4	5		5
3	2	3		5		5	F
4		4		X	X		

7. Número mínimo de movimentos:

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8
- (E) Impossível

Solução: alternativa B.

5	4	X	X	X	X	3	
X	X	X	3	X	X		3
X	4	X	I	X	2	X	4
X	X	X	X	X	X	X	X
5	X	X	X	1	X	X	X
X	X	X	7		X	X	
	6	X	X	X	X	F	X
	X	X	X	8	X	X	

8. Número mínimo de movimentos:

- (A) 5
- (B) 7
- (C) 9
- (D) 11
- (E) Impossível

Solução: alternativa C.

Biblioteca

Exatamente nove revistas devem ser expostas em uma das prateleiras da biblioteca da escola. Vamos chamar a posição mais à esquerda de primeira, e a mais à direita de nona posição. Das nove revistas, quatro são sobre ciência, três são sobre esportes, e duas são sobre culinária. As quatro revistas sobre ciência devem ser colocadas uma vizinha à outra, e as duas revistas sobre culinária também devem ser dispostas uma vizinha à outra (ou seja, uma ao lado da outra). As três revistas sobre esportes não precisam estar colocadas uma vizinha à outra.

9. Se a sexta posição é ocupada por uma revista de ciência, e a oitava posição é ocupada por uma revista de esportes, qual das seguintes posições deve ser ocupada por uma revista de culinária?
- (A) A primeira
 - (B) A segunda
 - (C) A terceira
 - (D) A quarta
 - (E) A nona

Solução: alternativa B.

- A alternativa A não é correta, pois uma disposição possível é (esporte, culinária, culinária, ciência, ciência, ciência, ciência, esporte, esporte).
- A alternativa B é correta. Como a sexta posição é ocupada por uma revista de ciência, e a oitava posição é ocupada por uma revista de esportes, não pode haver revista de culinária na sétima ou na oitava posição (pois não há duas posições contíguas juntas). Assim, as revistas de culinária podem ocupar ou a primeira e a segunda posições, ou a segunda e a terceira posições.
- A alternativa C não é correta, pois uma disposição possível é (culinária, culinária, esporte, ciência, ciência, ciência, ciência, esporte, esporte).
- A alternativa D não é correta, pois a quarta posição deve ser ocupada por uma revista de ciência, já que as quatro devem estar juntas, há uma revista de ciência na sexta posição, e a oitava posição está ocupada com uma de esporte.
- A alternativa E não é correta, pois não seria possível colocar a outra revista de culinária em uma posição vizinha, já que a oitava posição está ocupada.

10. As revistas de esportes devem ser colocadas uma vizinha à outra se uma revista de culinária está em qual das seguintes posições?
- (A) Na primeira
 - (B) Na terceira
 - (C) Na quinta
 - (D) Na sétima
 - (E) Na nona

Solução: alternativa C.

- A alternativa A não é correta, pois uma disposição possível é (culinária, culinária, esporte, ciência, ciência, ciência, ciência, esporte, esporte).
- A alternativa B não é correta, pois uma disposição possível é (esporte, culinária, culinária, ciência, ciência, ciência, ciência, esporte, esporte).
- A alternativa C é correta, pois como a quinta posição é ocupada por uma revista de culinária, as quatro revistas de ciência devem ocupar ou da primeira à quarta posições ou da sexta à nona posições. No primeiro caso, as revistas de esporte devem ocupar as posições de sétima à nona,

pois a sexta posição deve ser ocupada por uma revista de culinária; no segundo caso, as revistas de esporte devem ocupar as posições de primeira à terceira, pois a quarta posição deve ser ocupada por uma revista de culinária.

- A alternativa D não é correta, pois uma disposição possível é (esporte, esporte, ciência, ciência, ciência, culinária, culinária, esporte).
 - A alternativa E não é correta, pois uma disposição possível é (esporte, esporte, ciência, ciência, ciência, esporte, culinária, culinária).
11. Se a primeira e a sétima posições têm revistas do mesmo tipo, qual das seguintes posições deve ter uma revista de ciência?
- (A) A primeira
 - (B) A segunda
 - (C) A quarta
 - (D) A sexta
 - (E) A oitava

Solução: alternativa C.

Inicialmente, note que apenas revistas de esporte podem ocupar as posições 1 e 7.

- A alternativa A não é correta, pois a primeira e a sétima posições não podem ser ocupadas por revistas de ciência, já que as quatro revistas desse tipo devem ser vizinhas.
 - A alternativa B não é correta, pois uma disposição possível é (esporte, esporte, ciência, ciência, ciência, esporte, culinária, culinária).
 - A alternativa C é correta, pois se a primeira e a sétima posições estão ocupadas, as revistas de ciência devem ocupar quatro posições contíguas entre a segunda e a sexta posição. Em qualquer dos dois casos possíveis, a quarta e a quinta posições devem obrigatoriamente ser ocupadas por revistas de ciência.
 - A alternativa D não é correta, pois uma disposição possível é (esporte, ciência, ciência, ciência, ciência, esporte, esporte, culinária, culinária).
 - A alternativa E não é correta, pois como a primeira e a sétima posições estão ocupadas, as revistas de ciência devem ocupar quatro posições contíguas entre a segunda e a sexta posição.
12. Se uma revista de esportes ocupa a quinta posição na prateleira, e uma revista de ciência ocupa a nona posição, qual dos seguintes pares de posições devem ter revistas de tipos diferentes?
- (A) A primeira e a segunda
 - (B) A segunda e a terceira
 - (C) A segunda e a quarta
 - (D) A terceira e a quarta
 - (E) A terceira e a quinta

Solução: alternativa C.

Se uma revista de esporte ocupa a quinta posição e uma revista de ciência a nona posição, note que revistas de ciências ocupam necessariamente a sexta, sétima e a oitava posições. Assim, o problema se resume à disposição de duas revistas de esporte e duas de culinária da primeira até a quarta posições.

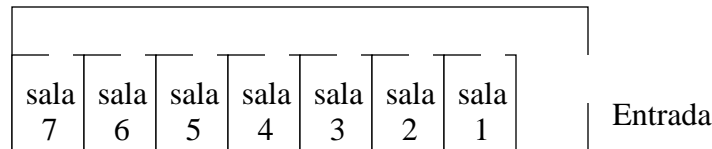
- A alternativa A não é correta, pois uma disposição possível é (esporte, esporte, culinária, culinária, esporte, ciência, ciência, ciência, ciência).
- A alternativa B não é correta, pois uma disposição possível é (esporte, culinária, culinária, esporte, esporte, ciência, ciência, ciência, ciência).
- A alternativa C é correta. Como as revistas de culinária devem ser vizinhas, elas devem ocupar

os pares de posições (primeira, segunda), ou (segunda, terceira), ou (terceira, quarta). Quando uma revista de culinária ocupar a segunda posição, obrigatoriamente a quarta posição será uma revista de esporte; da mesma forma, quando uma revista de culinária ocupar a quarta posição, obrigatoriamente a segunda posição será ocupada por uma revista de esporte.

- A alternativa D não é correta, pois uma disposição possível é (esporte, culinária, culinária, esporte, esporte, ciência, ciência, ciência, ciência).
- A alternativa E não é correta, pois uma disposição possível é (culinária, culinária, esporte, esporte, esporte, ciência, ciência, ciência, ciência).

Salas de Aulas

Uma escola conta com sete salas de aula que devem ser pintadas. As salas estão localizadas em um único lado do corredor, sendo numeradas seqüencialmente, de um a sete, da frente para os fundos do prédio.



Cada sala de aula deve ser pintada utilizando uma única cor, de acordo com as seguintes restrições:

- Duas salas devem ser pintadas de branco; duas salas devem ser pintadas de azul; duas salas devem ser pintadas de verde; e uma sala deve ser pintada de amarelo.
- As duas salas pintadas de verde devem ser vizinhas (contíguas).
- As duas salas pintadas de azul não podem ser vizinhas (contíguas).
- A sala pintada de amarelo não pode ser vizinha de uma sala pintada de branco.
- A sala número 3 deve ser pintada de branco.

13. Se a sala 2 for pintada de verde, qual das seguintes salas deve também ser pintada de verde?

- (A) Sala 1
- (B) Sala 3
- (C) Sala 4
- (D) Sala 5
- (E) Sala 6

Solução: alternativa A.

- A alternativa A é correta, pois como as salas pintadas de verde devem ser vizinhas, e a sala 3 é branca, a sala 1 deve ser pintada de verde.
- A alternativa B não é correta pois a sala 3 deve ser branca.
- As alternativas C, D e E não são corretas, pois as salas pintadas de verde devem ser vizinhas.

14. Se a sala 5 for pintada de branco, qual das seguintes alternativas pode ser verdadeira?

- (A) Sala 1 é pintada de azul.
- (B) Sala 2 é pintada de amarelo.
- (C) Sala 4 é pintada de verde.
- (D) Sala 4 é pintada de amarelo.
- (E) Sala 6 é pintada de azul.

Solução: alternativa E.

- A alternativa A não é correta, pois se a sala 1 for pintada de azul, a sala 2 não pode ser pintada de azul. Então as salas 7 e 6 devem ser pintadas de verde, pois são as únicas duas salas contíguas disponíveis. Como resultado, não há nenhuma maneira de pintar uma sala de amarelo, já que as salas 1, 3, 5, 6 e 7 estão ocupadas, e as salas 2 e 4 são vizinhas de salas brancas.
- A alternativa B não é correta, pois a sala 3 é branca.
- A alternativa C não é correta, pois as salas 3 e 5 já têm cor definida, de forma que não seria possível obedecer à restrição de que salas verdes devem ser vizinhas.

- A alternativa D não é correta, pois a sala 3 é branca.
 - A alternativa E é correta. Uma configuração possível é (verde, verde, branca, azul, branca, azul, amarela).
15. Se a sala 4 for pintada de branco e uma sala que é pintada de verde for vizinha de uma sala que é pintada de branco, qual das seguintes alternativas precisa ser verdadeira?
- (A) Sala 1 será pintada de verde.
 - (B) Sala 1 será pintada de amarelo.
 - (C) Sala 5 será pintada de azul.
 - (D) Sala 6 será pintada de amarelo.
 - (E) Sala 7 será pintada de azul.

Solução: alternativa E.

- A alternativa A não é correta. A sala 1 **pode** ser pintada de verde, juntamente com a sala 2, mas isso não é necessário. Uma configuração que não pinta a sala 1 de verde e que obedece a todas as restrições é (amarela, azul, branca, branca, verde, verde, azul).
 - A alternativa B não é correta. Uma configuração que não pinta a sala 1 de amarelo e que obedece a todas as restrições é (verde, verde, branca, branca, azul, amarelo, azul).
 - A alternativa C não é correta. Uma configuração que não pinta a sala 5 de azul e que obedece a todas as restrições é (amarela, azul, branca, branca, verde, verde, azul).
 - A alternativa D não é correta. Uma configuração que não pinta a sala 6 de amarelo e que obedece a todas as restrições é (amarela, azul, branca, branca, verde, verde, azul).
 - A alternativa E é correta. As salas que devem ser pintadas de verde são (1 e 2) ou (5 e 6). No primeiro caso, a sala 5 não pode ser amarela (pois seria vizinha a uma branca), e portanto precisa ser azul, e então a sala 6 não pode ser azul (precisa ser amarela), de forma que a sala 7 precisa ser azul. No segundo caso, a sala 2 não pode ser amarela (vizinha a branca) e portanto deve ser azul. Assim, a sala 1 não pode ser azul (precisa ser amarela), de forma que a sala 7 precisa ser azul.
16. Qual das seguintes restrições, quando combinada com as restrições originais, tem como consequência a determinação completa da cor que cada sala deve ser pintada:
- (A) Sala 1 deve ser pintada de amarelo.
 - (B) Sala 1 deve ser pintada de verde.
 - (C) Sala 4 deve ser pintada de azul.
 - (D) Sala 6 deve ser pintada de branco.
 - (E) Sala 6 deve ser pintada de azul.

Solução: alternativa D.

- A alternativa A não é correta. Duas configurações possíveis com a sala 1 pintada de amarelo são (amarela, azul, branca, azul, verde, verde, azul, branca) e (amarela, azul, branca, azul, verde, verde, branca, azul).
- A alternativa B não é correta. Duas configurações possíveis com a sala 1 pintada de verde são (verde, verde, branca, azul, amarela, azul, branca) e (verde, verde, branca, azul, branca, azul, amarela).
- A alternativa C não é correta. Duas configurações possíveis com a sala 4 pintada de azul são (verde, verde, branca, azul, amarela, azul, branca) e (amarela, azul, branca, azul, verde, verde, azul, branca).
- A alternativa D é correta. Nesse caso, a única sala que pode ser pintada de amarelo é a sala 1 (todas as outras seriam vizinhas de uma sala branca). Além disso, como as salas verdes devem ser vizinhas, somente as salas 4 e 5 podem ser pintadas de verde, o que determina que as duas salas restantes (2 e 7) sejam pintadas de azul.

- A alternativa E não é correta. Duas configurações possíveis com a sala 6 pintada de azul são (verde, verde, branca, azul, amarela, azul, branca) e (amarela, azul, branca, azul, verde, verde, azul, branca).